

# LCS付近のQ scanについて

ビームダイナミクスWG

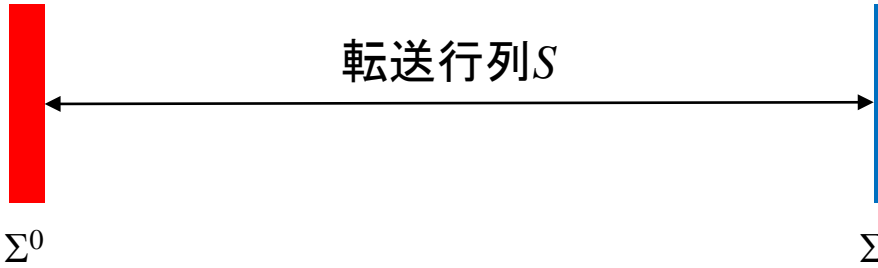
2014年11月12日

島田 美帆、中村 典雄

# Q scanによるtwiss parameterの測定

四極電磁石Q(長さ $L_Q$ )

スクリーン



ビーム行列 (Beam matrix)

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} = \varepsilon_x \begin{pmatrix} \beta_x & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \gamma_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_x = \det \Sigma = \Sigma_{11}\Sigma_{22} - \Sigma_{12}\Sigma_{21} = \langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2$$

LCS付近では成り立たない可能性がある。

→ 計算で確認

if  $\langle x \rangle = 0$

ビーム行列の転送: ただし、Sが長さLのドリフトスペース、**thin lens近似が成り立つ ( $k < 1/L_Q$ ) 場合**

$$\Sigma = R\Sigma^0 R = SQ\Sigma^0 Q^T S^T$$

$$R = SQ = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+kL & L \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

kは正の符号でx方向に発散 (elegantの台本と逆符号)

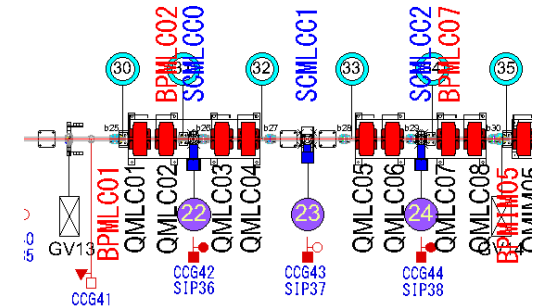
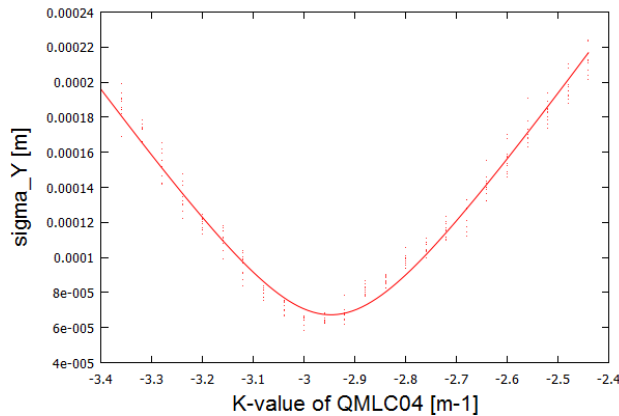
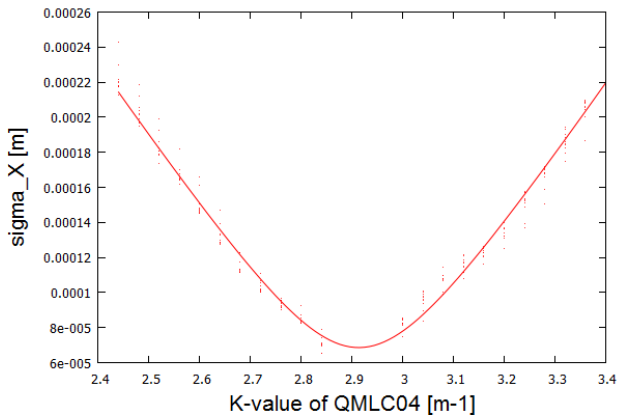
四極電磁石直前のtwiss parameter

$$\sigma_x^2 = \Sigma_{11} = A(k-B)^2 + C = Ak^2 - 2ABk + (C + AB^2)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{AC}}{L^2}, \quad \beta_x^0 = \sqrt{\frac{A}{C}}, \quad \alpha_x^0 = \sqrt{\frac{A}{C}} \left( -B + \frac{1}{L} \right)$$

kの符号がelegantの台本と同じ場合。異なる場合はBの符号が逆になる。

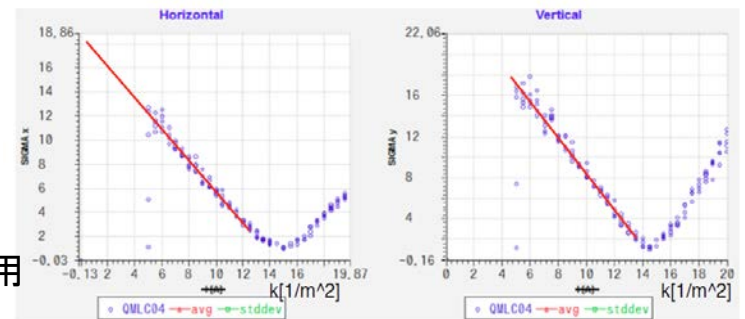
# QMLC04-cam23



測定日(6/5)	$\beta_x$ [m]	$\alpha_x$	$\epsilon_{nx}$ [mm-mrad]	$\beta_y$ [m]	$\alpha_y$	$\epsilon_{ny}$ [mm-mrad]
データ1	6.3	-11	1.4	6	24	1.3
データ2	6.6	-11	1.5	6.3	26	1.3
デザイン値 (QMLC04直前)	55	-86		41	120	

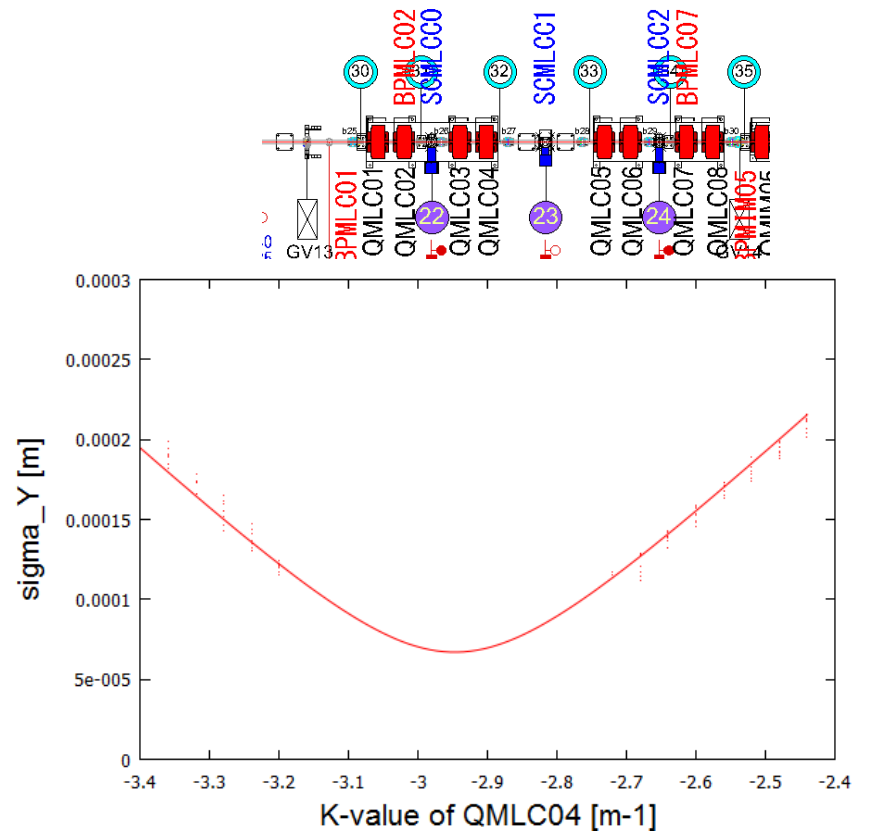
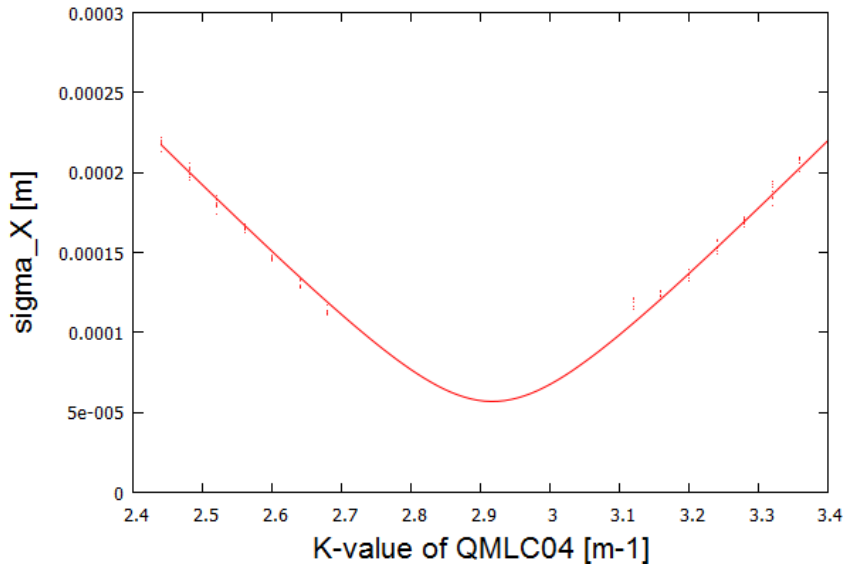
データ2: フィッティングの範囲を狭くしたもの(水平方向: 2.7~3.1 m<sup>-1</sup>, 垂直方向: -3.2 ~ -2.7 m<sup>-1</sup>)

この手法はQの薄レンズ近似が成り立つために、K値[m<sup>-1</sup>]が5より十分小さい必要があるが。。  
表の結果は信用できないと思われる。



本田さんの推定では、最小値からもっと離れた個所のデータを使用

# QMLC04-cam23

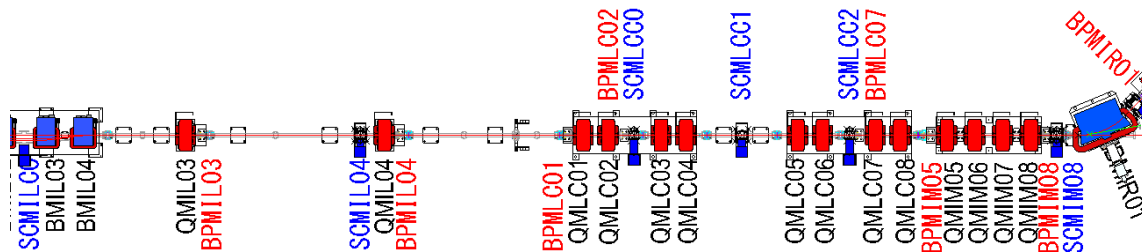


測定日(6/5)	$\beta_x$ [m]	$\alpha_x$	$\epsilon_{nx}$ [mm-mrad]	$\beta_y$ [m]	$\alpha_y$	$\epsilon_{ny}$ [mm-mrad]
データ1	7.7	-14	1.2	6.0	24	1.3
デザイン値 (QMLC04直前)	55	-86		41	120	

- K値が大きいが、薄レンズ近似をしている。
- 極端に離れているデータ、rmsビームサイズが2pixel以下のデータを消去。
- K値を変えた直後の2点のデータは削除。

# LCS付近のQ scanの応答

QMLC01-QMLC04をLCS opticsに励磁した状態でQ scanを行った時の応答を調べる  
 スクリーン上のビームサイズ( $\sigma_x$ および $\sigma_y$ )とQのK値の関係を2つの計算①と②で比較



## ① 厚レンズモデル

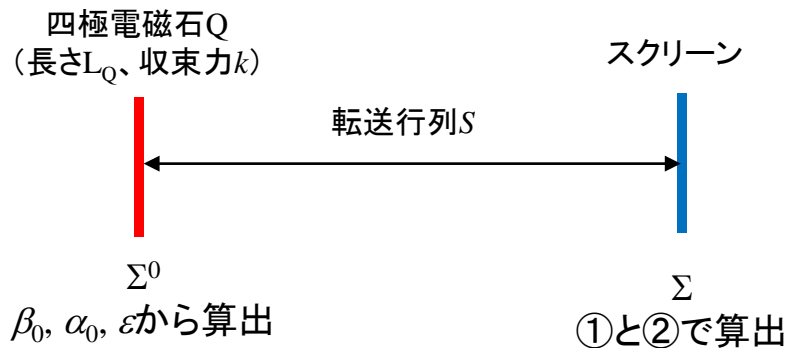
- すべて厚レンズで計算
- コードはelegantを使用
  - TrackingはLCS直前から行ったため、emittance growthはなし。粒子数は $1e5$

$$\Sigma = R \Sigma^0 R = S Q \Sigma^0 Q^T S^T$$

$$R = S Q = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+kL & L \\ k & 1 \end{pmatrix}$$

## ② 薄レンズモデル

- Q scanを実施する四極電磁石は薄レンズモデル
- 転送行列Sはelegantで計算
  - 厚レンズモデル、長さ $L_Q/2$ のドリフトを含む



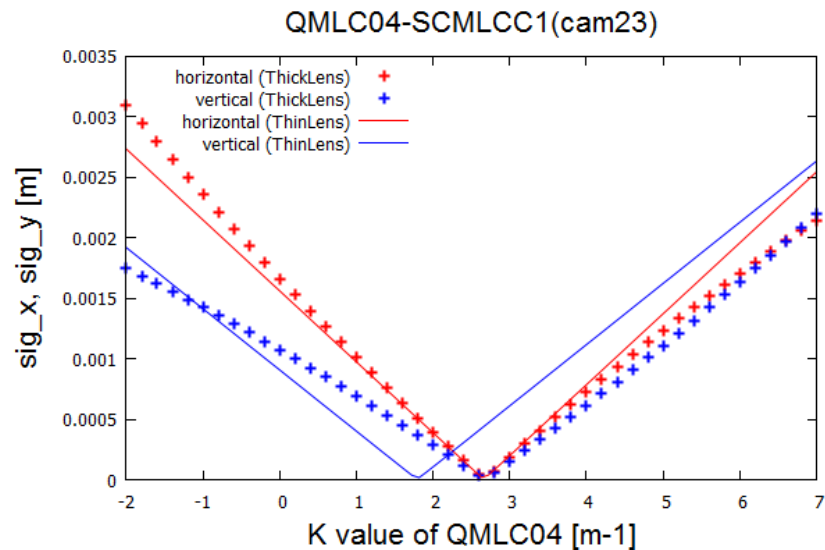
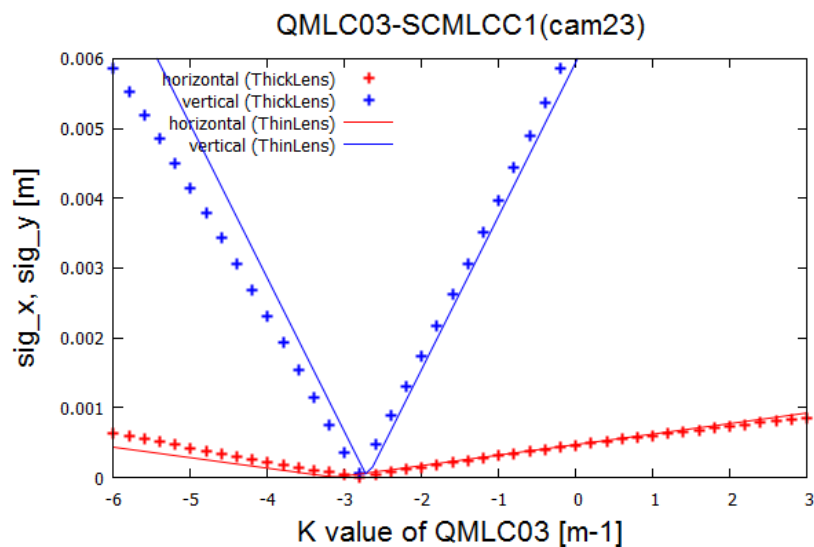
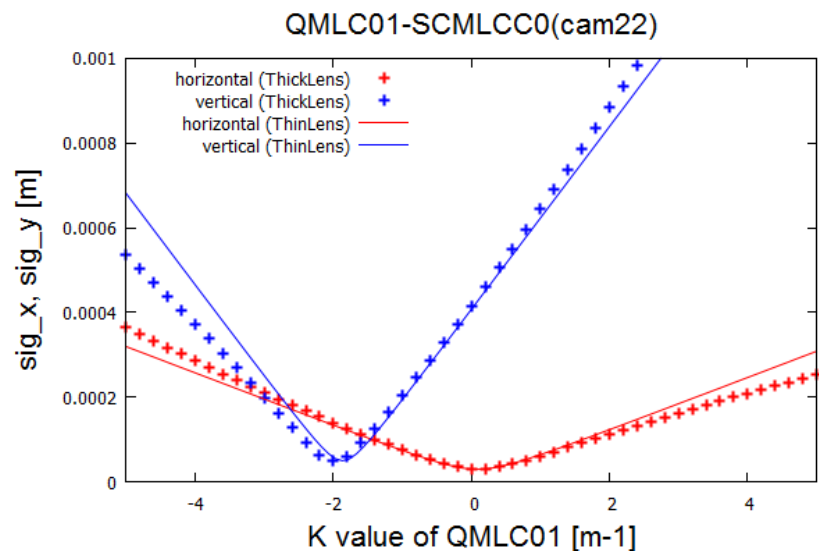
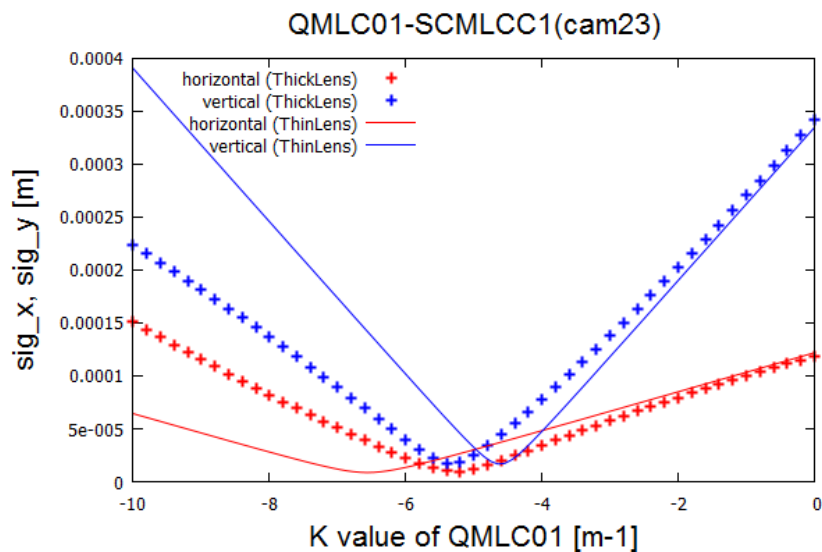
## 計算の条件

- 全エネルギー 20 MeV
- 規格化エミッタンス 0.3 mm-mrad

QMLC01  
 QMLC03  
 QMLC04

SCMLCC0  
 SCMLCC1

# 結果



Thick lensの計算結果とずれており、Thin lens近似が成り立たないことがわかる。