

周回部設計の続き

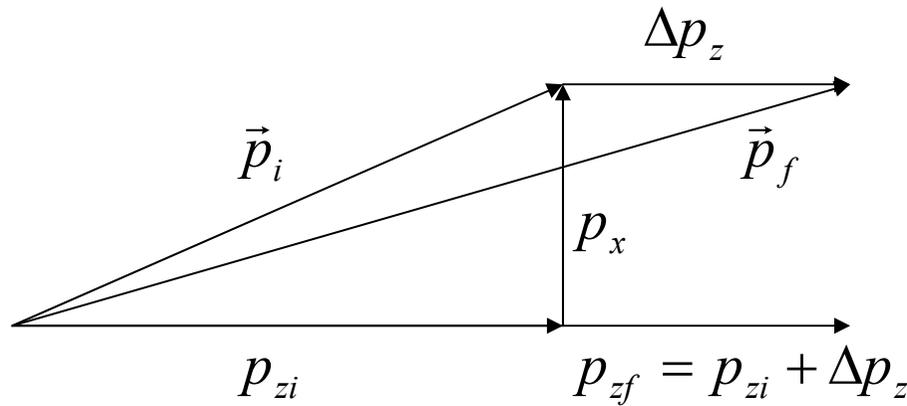
本日の話題

- 加減速とエミッタンス、トゥイスパラメータについて
- 周回部の設計（集団効果（CSR・空間電荷効果）なし）
 - バンチ圧縮に対する R_{56} の最適化について
 - バンチ圧縮に対する6極の最適化について
 - ビームの安定性について
- テラヘルツ放射の見積もりについて
- CSR の効果について

本日は5時半から程先生歡送会につき、急ぎます！

加減速とエミッタンス

- 加速すると縦方向の運動量が増え、横方向の発散角が減る。



$$x'_i = \frac{p_x}{p_{zi}}$$

$$x'_f = \frac{p_x}{p_{zf}} = \frac{p_x}{p_{zi} + \Delta p_z} = \frac{p_{zi}}{p_{zi} + \Delta p_z} x'_i$$

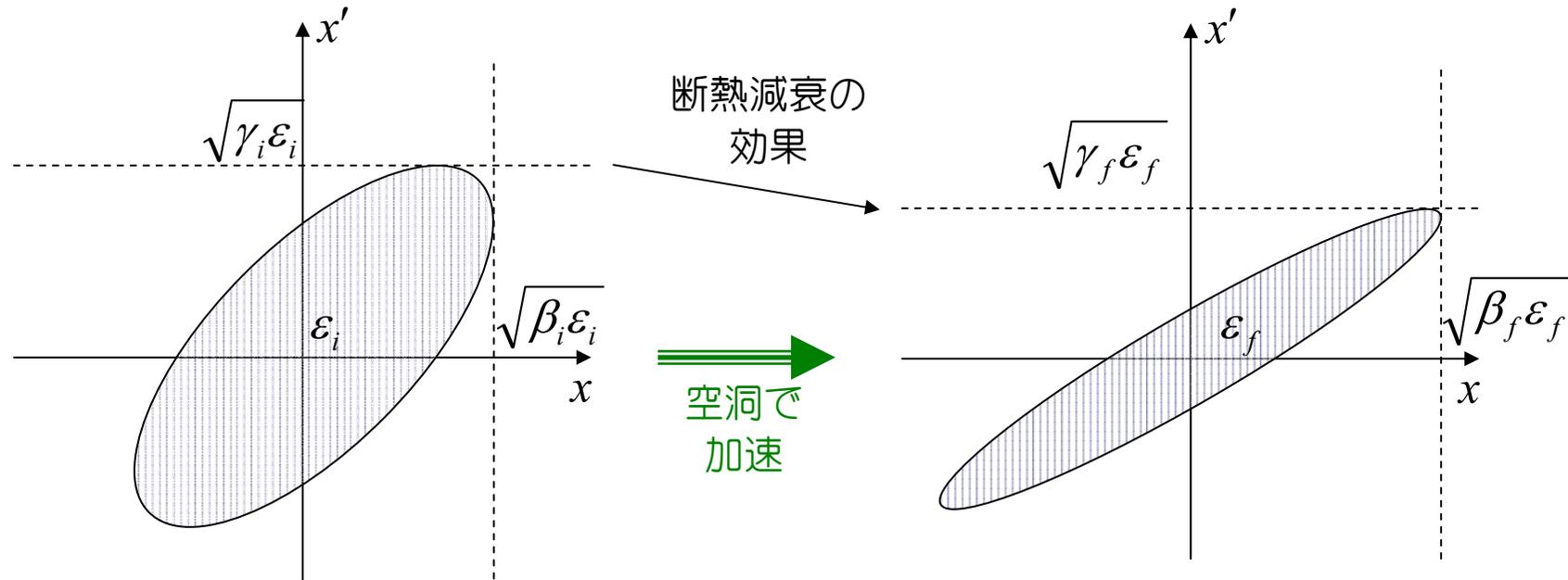
- 横方向の発散角が減ると、エミッタンスが減る。
- エミッタンスは $\gamma\beta$ で規格化できる。すなわち、規格化エミッタンスを $\varepsilon_n = \gamma\beta\varepsilon$ と定義すれば、加減速に依らずに ε_n は一定。加減速でエミッタンスは

$$\varepsilon_f = \frac{(\gamma\beta)_i}{(\gamma\beta)_f} \varepsilon_i$$

だけ変化する。

加減速ありのトゥイスパラメータ

- SAD で加減速ありのトゥイスパラメータは、断熱減衰ありのエミッタンスからビームサイズが求まるように決められている。



- 普通のドリフトスペースでは、 x' は一定であるが、加速されると断熱減衰の効果で x' 及びエミッタンスが減る。減った後のエミッタンスを使って、ビームサイズ（運動の包絡線）が正しくなるようにトゥイスパラメータが変化する。

空洞中の x 、 x' の転送

- (厳密には $p_z \neq p$ だし、運動量とエネルギーは違うが、気にしない。)
- 空洞に依る加速は

$$p_z = p_{z0} + Vs$$

と書ける。ただし、 $p_z [MeV]$ は進行方向の運動量、 p_{z0} は加速前の値、 $s [m]$ は空洞中の軌道長、 $V [MeV/m]$ は単位長あたりの運動量変化であり、細かいことを言わなければ加速勾配である。

- 加速による断熱減衰の効果で、

$$x'(s) = \frac{p_{z0}}{p_{z0} + Vs} x'(0) = \frac{1}{1 + Gs} x'(0), \quad G = \frac{V}{p_{z0}}$$

と変化する。

- 従って、

$$x(s) = x(0) + \int_0^s \frac{1}{1 + Gs} x'(0) ds = x(0) + \frac{1}{G} \ln(1 + Gs) x'(0)$$

となる。

- 転送行列で書けば、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{G} \ln(1 + Gs) \\ 0 & \frac{1}{1 + Gs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l_{eff} \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}, \quad G = \frac{V}{p_{z0}}$$

- これはドリフトスペース

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

と似たようなものである。

- まずはドリフトスペースの転送行列から、ビームサイズの変化を求め、トゥイスパラメータを計算してみる。
- 粒子の初期座標は

$$x = \sqrt{\beta\varepsilon} \cos \theta$$

$$x' = -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta}} (\alpha \cos \theta + \sin \theta) = \sqrt{\gamma\varepsilon} \sin(\theta + \delta)$$

と書ける。 θ を変えると位相空間で楕円を描き、ビームの包絡線となる。 \sin 、 \cos の最大値は1であるから、 x の最大値は $\sqrt{\beta\varepsilon}$ 、 x' の最大値は $\sqrt{\gamma\varepsilon}$ となる。

- これをドリフトスペースの転送行列で転送する。 x' は変化しないので、 $\gamma_f = \gamma_i$ となる。
- x は

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + lx'_0 = \sqrt{\beta_i\varepsilon} \cos \theta + l \left(-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} (\alpha_i \cos \theta + \sin \theta) \right) \\ &= \left(\sqrt{\beta_i\varepsilon} - l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right) \cos \theta - l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \sin \theta \end{aligned}$$

- 三角関数の合成式より

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \left(\sqrt{\beta_i \varepsilon} - l \alpha_i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right) \cos \theta - l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \sin \theta = A \cos \theta - B \sin \theta \\
 &= \sqrt{\left(\sqrt{\beta_i \varepsilon} - l \alpha_i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2 + \left(l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \theta - \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta \right) \\
 &= \sqrt{\left(\sqrt{\beta_i \varepsilon} - l \alpha_i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2 + \left(l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2} \sin(\theta + \delta)
 \end{aligned}$$

- 従って、最大値は

$$\left(\sqrt{\beta_i \varepsilon} - l \alpha_i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2 + \left(l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_i}} \right)^2 = \varepsilon \left(\beta_i - 2l \alpha_i + l^2 \frac{1 + \alpha_i^2}{\beta_i} \right) = \varepsilon \beta_f$$

- よって、 $\beta_f = \beta_i - 2l \alpha_i + l^2 \frac{1 + \alpha_i^2}{\beta_i}$ となる。これは普通にドリフトスペースでのベータの転送である。

- さて、断熱減衰ありの転送を使って同じことをしてみる。

$$x'_1 = \frac{1}{1 + \frac{V}{p_{z0}} s} x'_0 = dx'_0 = d \sqrt{\gamma_i \varepsilon_i} \sin(\theta + \Delta) = \sqrt{\gamma_f \varepsilon_f} \sin(\theta + \Delta)$$

従って、

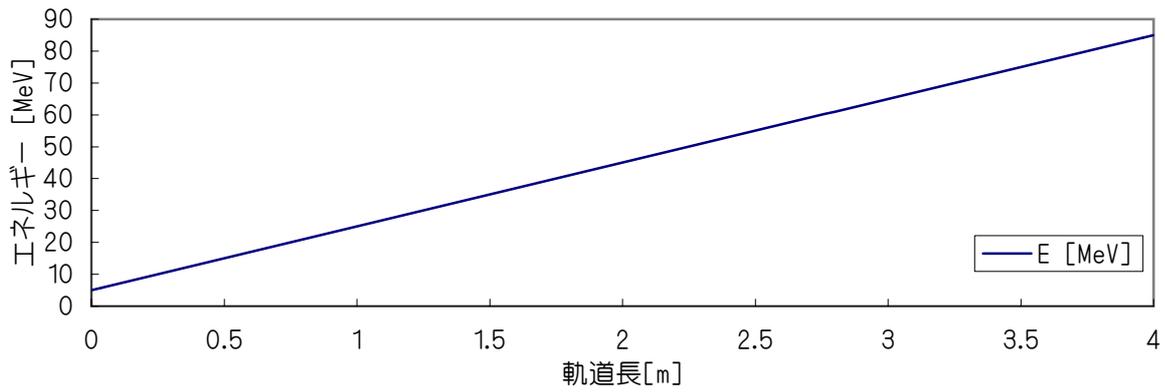
$$\gamma_f = d^2 \frac{(\gamma\beta)_f}{(\gamma\beta)_i} \gamma_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{V}{p_{z0}} s\right)^2} \frac{(\gamma\beta)_f}{(\gamma\beta)_i} \gamma_i$$

- β については、普通のドリフトスペースで長さが $l_{eff} = \frac{p_{z0}}{V} \ln\left(1 + \frac{V}{p_{z0}} s\right)$ と思えばいい。

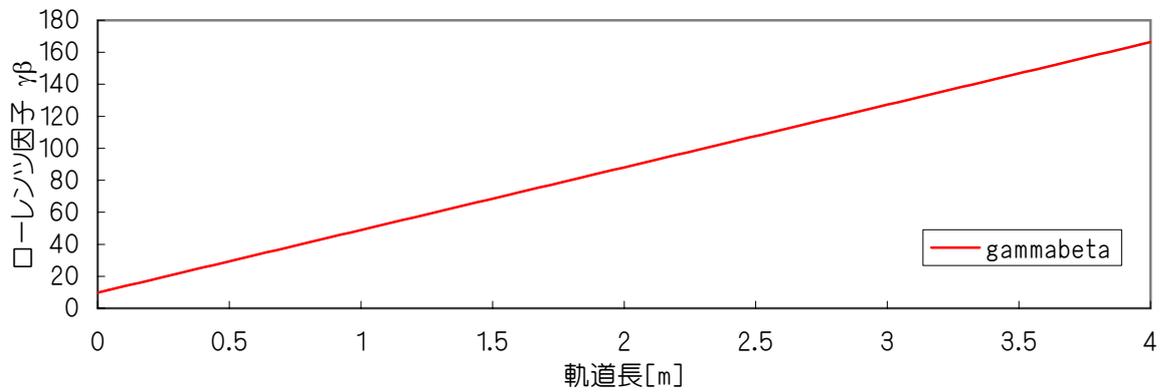
$$\beta_f = \left(\beta_i - 2l_{eff} \alpha_i + l_{eff}^2 \frac{1 + \alpha_i^2}{\beta_i} \right) \frac{(\gamma\beta)_f}{(\gamma\beta)_i}$$

となる。ビームサイズの変化については、ドリフトスペースの長さが l_{eff} に変わったと考えて計算して正しい値になる。実効長は加速の効果で短くなり、減速の効果で長くなる。

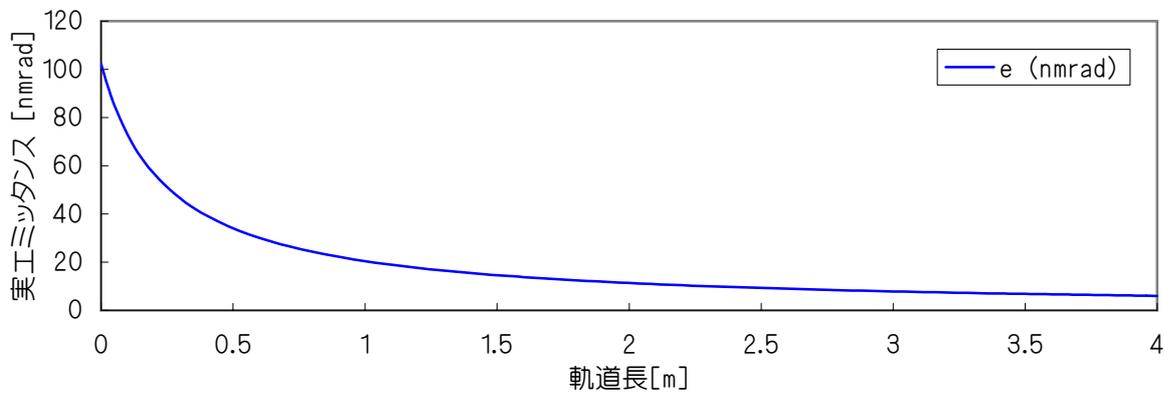
加減速の効果 (4m、80MVの空洞のflattopで5MeVから加速)



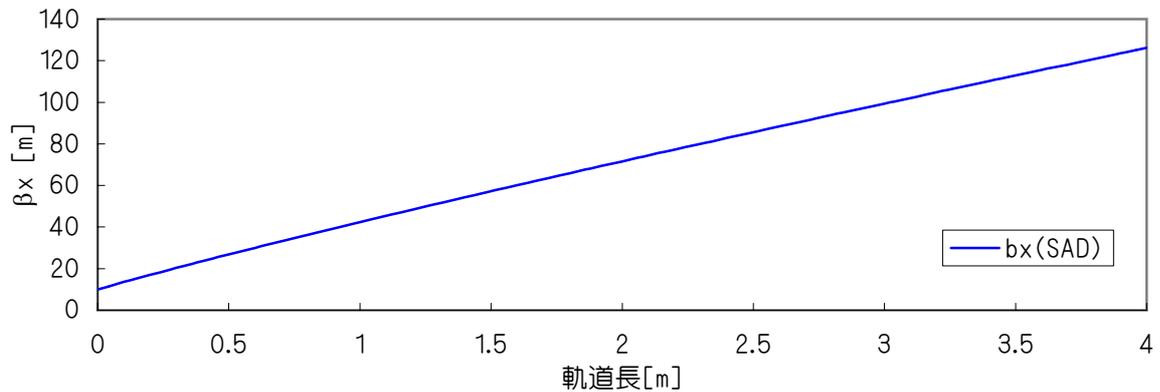
加減速の効果



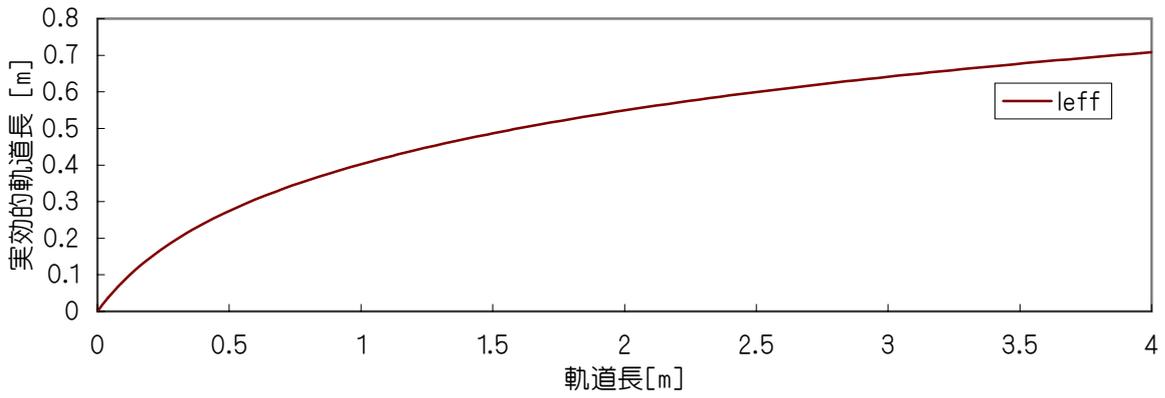
加減速の効果 (規格化エミッタンスは1mmrad)



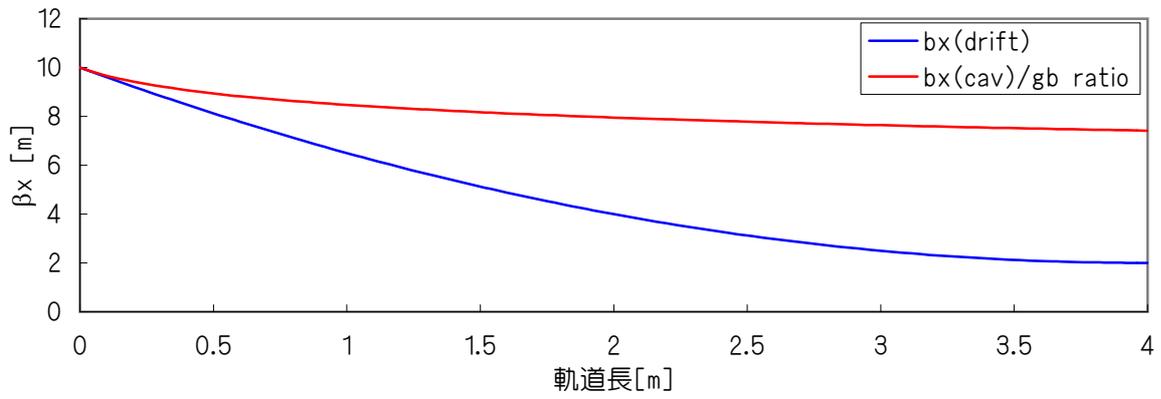
加減速の効果 (初期値は $\beta_x=10\text{m}$ 、 $\alpha_x=2$)



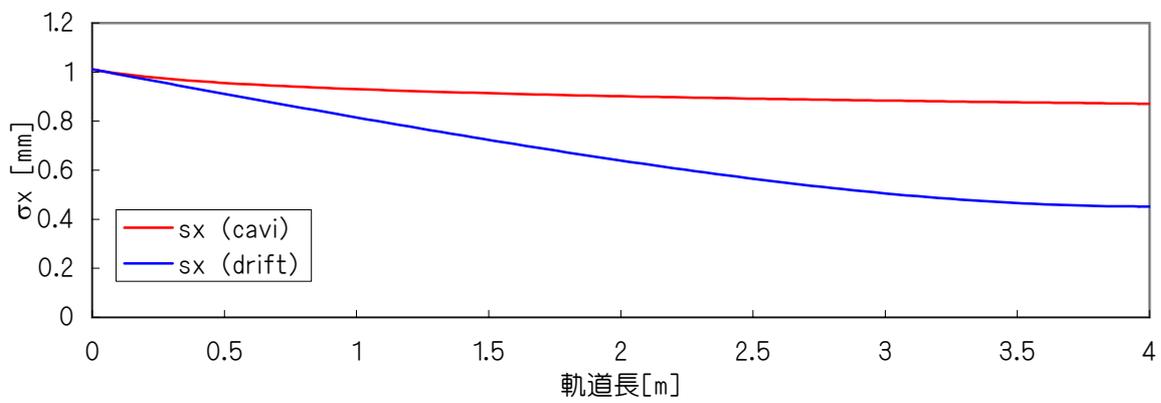
加減速の効果 (s_{eff})



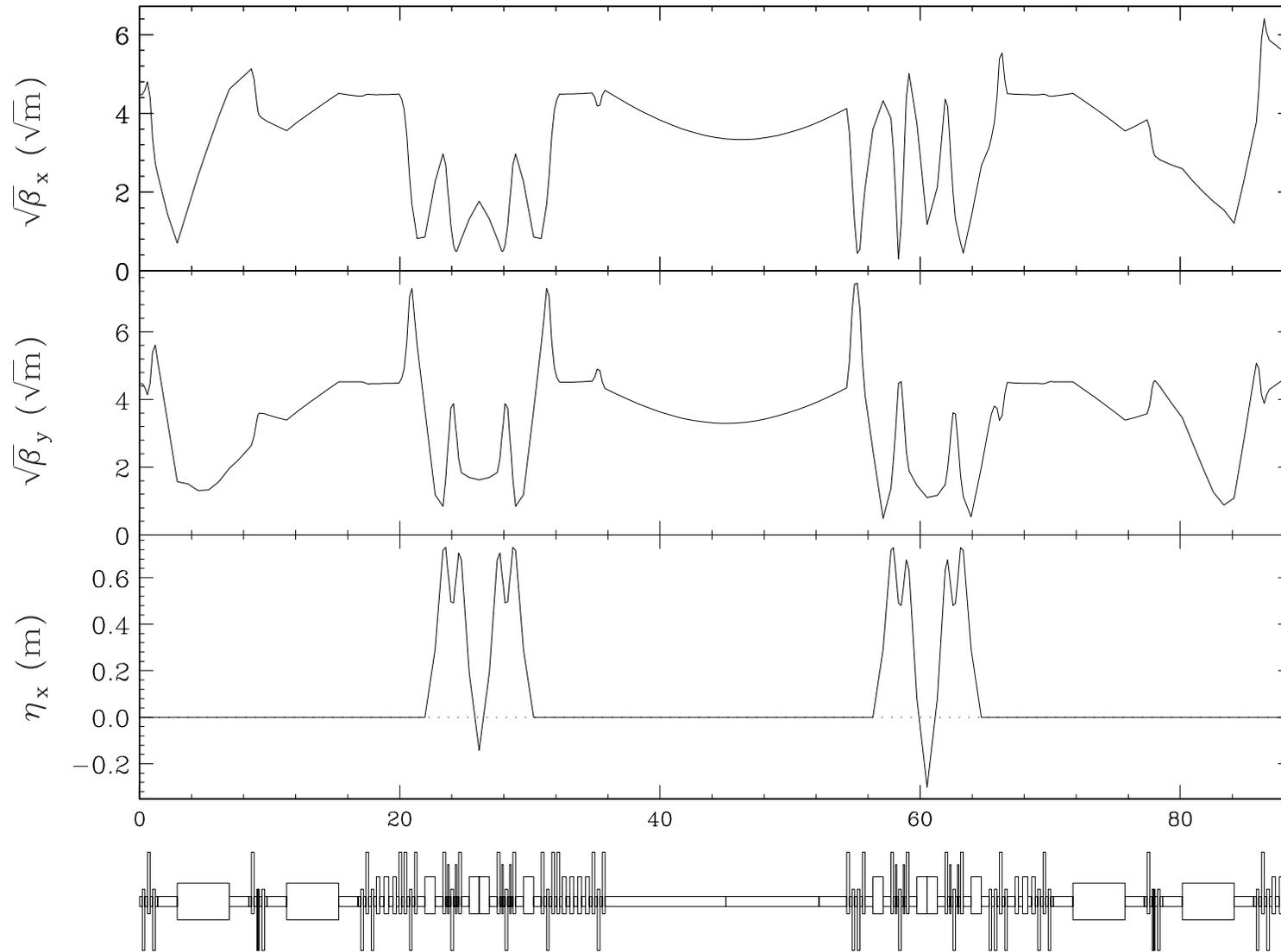
加減速の効果 ($\gamma\beta$ の比で割れば、 l_{eff} の効果のみになる)



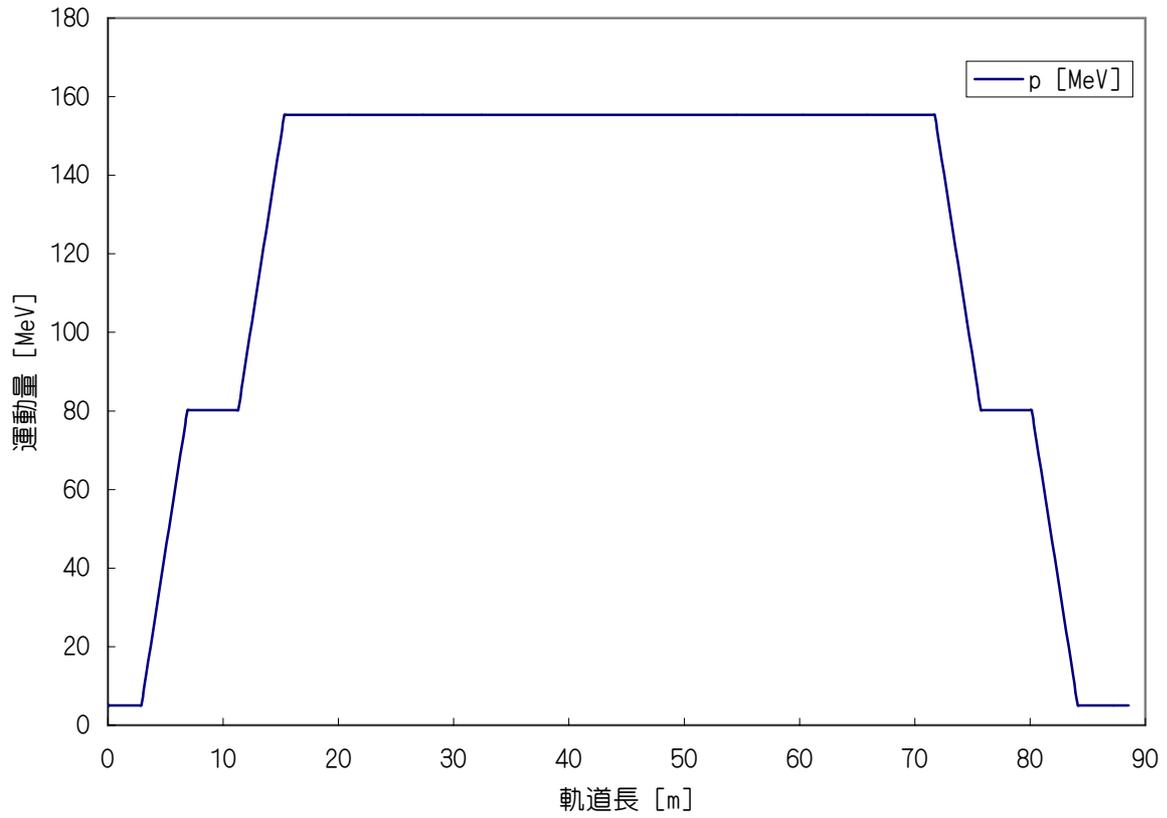
加減速の効果 (ビームサイズの変化、 l_{eff} の効果のみ見える)



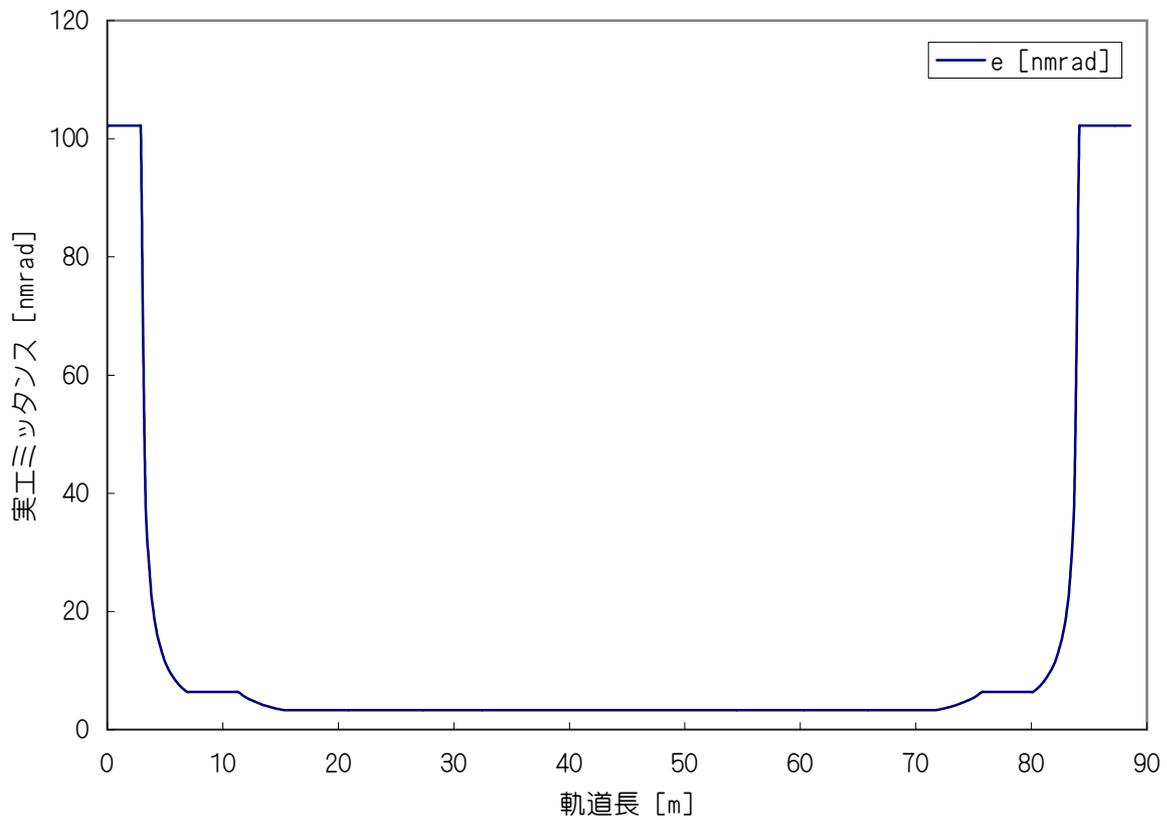
ということで、適当にマッチングを取ったオプティクス (R₅₆、加速位相については後述)



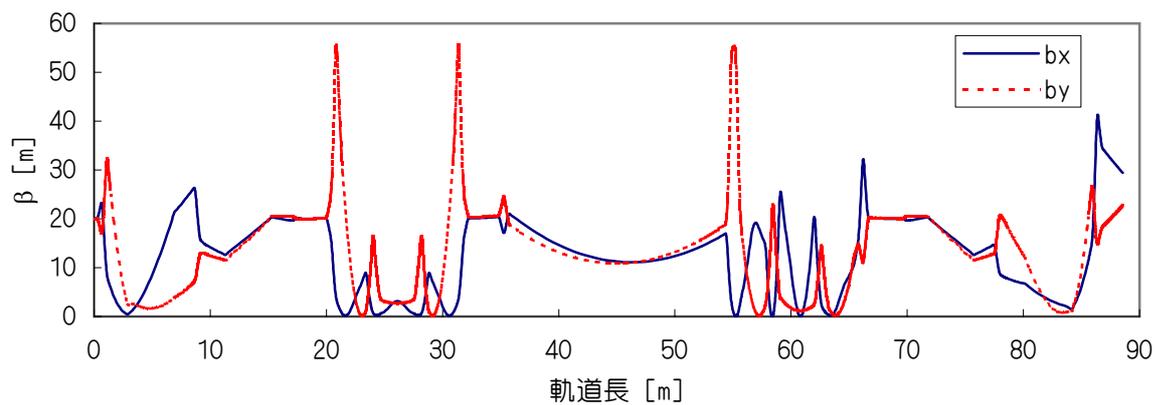
周回部のオプティクス



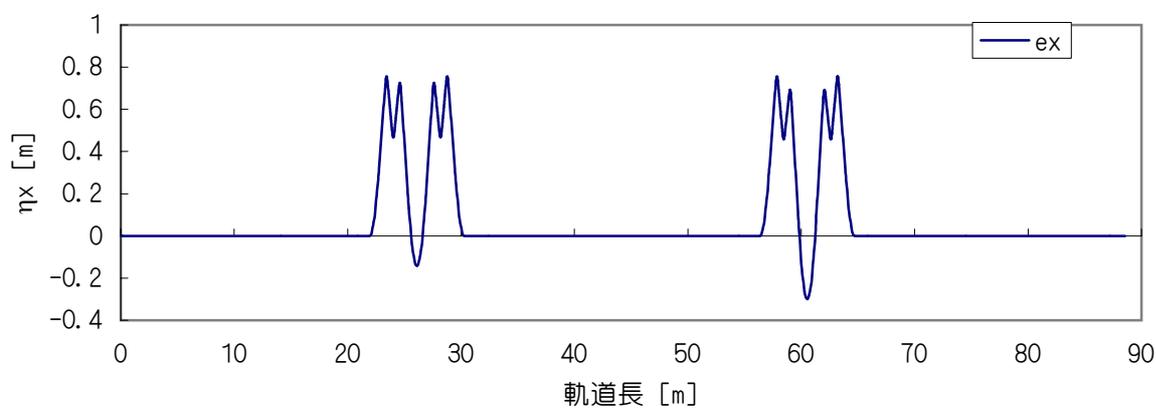
周回部のオプティクス (規格化エミッタンス 1mmrad)



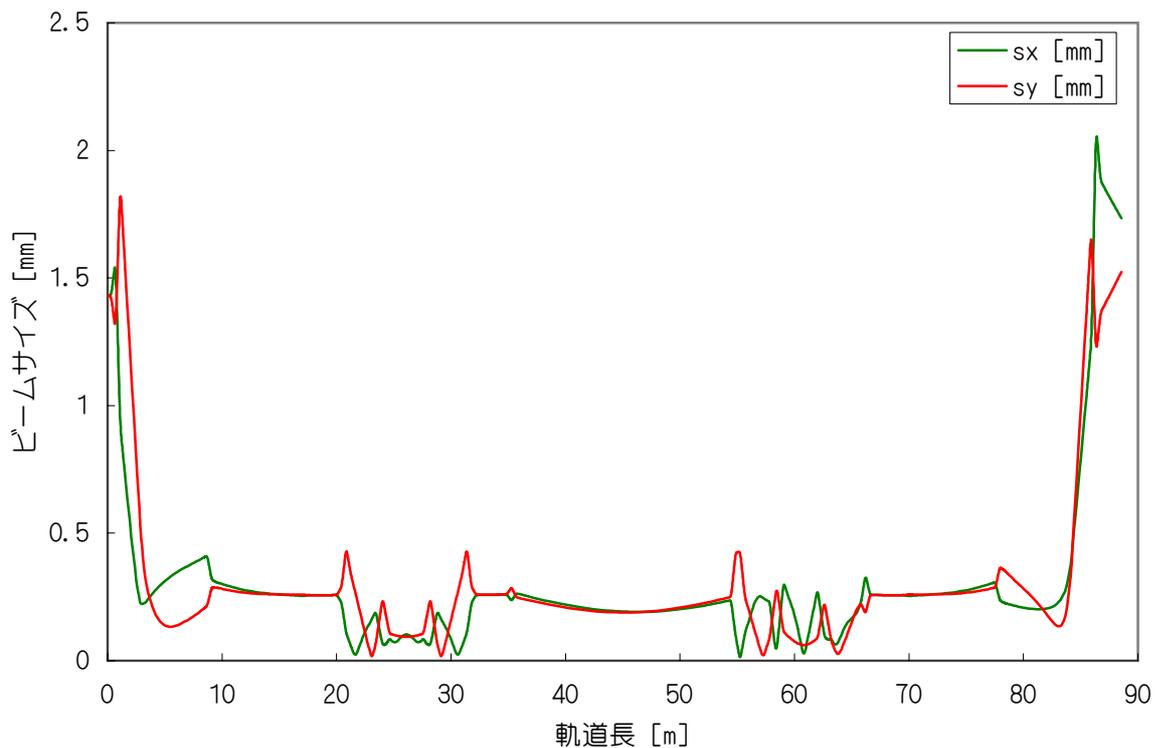
周回部のオプティクス



周回部のオプティクス

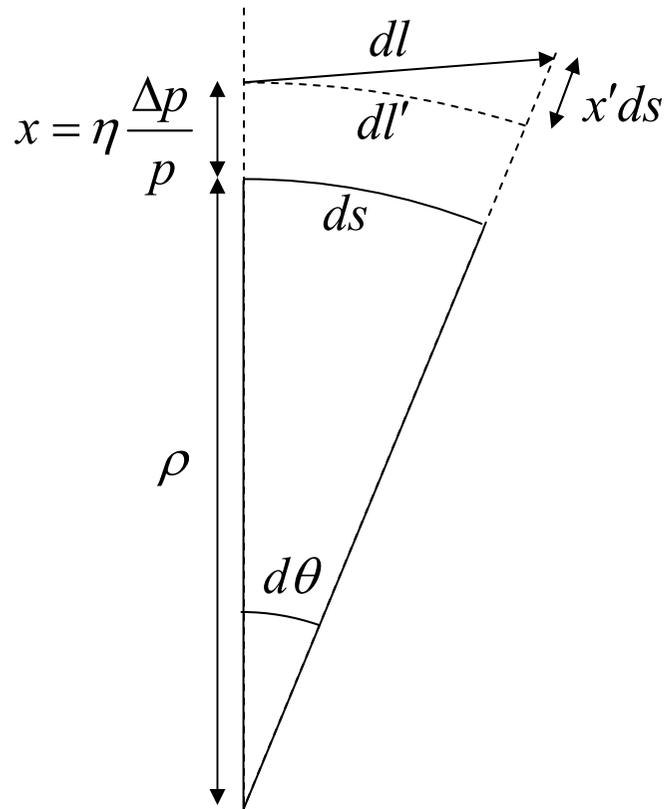


周回部のオプティクス (分散部のエネルギー広がり 1×10^{-4})



軌道のズレと周長のズレの関係は？

- 軌道がずれると周長が変わる。



$$\begin{aligned}
 dl &= \sqrt{(dl')^2 + (x' ds)^2} \\
 &= \sqrt{(\rho + x)^2 d^2 \theta + (\rho x' d\theta)^2} \\
 &= \sqrt{\left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2 + (x')^2} ds \\
 &\approx \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2x}{\rho} + \frac{x^2}{\rho^2} + x'^2\right)\right) ds \approx \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) ds
 \end{aligned}$$

ここで、 $\rho = \infty$ であれば linear な項は生じない。

$x = \eta \frac{\Delta p}{p}$ より、

$$\Delta C = \oint \frac{\eta}{\rho} ds \frac{\Delta p}{p} \text{ となる。}$$

R_{56} と momentum compaction

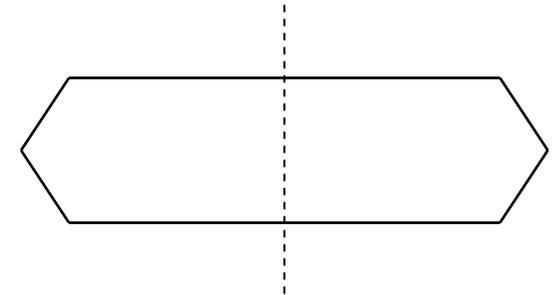
- 軌道計算は閉軌道として momentum compaction でマッチングした方が楽なので、関係を整理しておく。

- momentum compaction は $\frac{\Delta C}{C} = \alpha \frac{\Delta p}{p}$ である。 $\alpha > 0$ の時、軌道は長くなり、粒子は遅れて到着するので、1周後は $\Delta z = -C\alpha \frac{\Delta p}{p}$ となる。

- R_{56} は、 $\Delta z = R_{56} \frac{\Delta p}{p}$ である。よって、周長の半分のところでマッチングを行いたい場合、

$$R_{56} = -\frac{1}{2} C \alpha$$

でマッチングを取ればいい。(C は周長(今の場合、68.84m))



- なお、SAD の α は重粒子の世界で言う η であって、

$$\eta = \alpha - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma_t^2} - \frac{1}{\gamma^2}$$

である。例えば 5MeV では 0.0104 なので、5MeV とかでマッチングしたい時はそれも考慮する必要がある。

加速位相とエネルギー

- 加速位相を φ 、設計粒子に対する進行方向のズレを z とする。($z > 0$ は設計粒子より早く到達。)
- 加速は以下のように書ける。(1.3GHz では $\lambda = 23\text{cm}$ 。)

$$\Delta E = V \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z + \varphi\right)$$

- 従って、 z に対するエネルギーのズレ $\frac{\Delta p}{p}$ は

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z + \varphi\right)}{\sin \varphi} - 1$$

となる。ここで、 $\frac{\Delta p}{p} = \delta$ とおくと、逆関数は

$$z = \frac{\lambda}{2\pi} (\arcsin((1 + \delta)\sin \varphi) - \varphi)$$

となる。

ちなみに……

- $x = \sin y$ 、 $y = \arcsin x$ の微分は以下のようになる。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{\cos y} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

- 従って、(わりと無意味だが)

$$\frac{dz}{d\delta} = \frac{\lambda \sin \varphi}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-(1+\delta)^2 \sin^2 \varphi}}$$
$$\frac{d^2 z}{d\delta^2} = \frac{\lambda \sin \varphi}{2\pi} \frac{(1+\delta) \sin^2 \varphi}{\sqrt{1-(1+\delta)^2 \sin^2 \varphi}^3}$$

- よって、

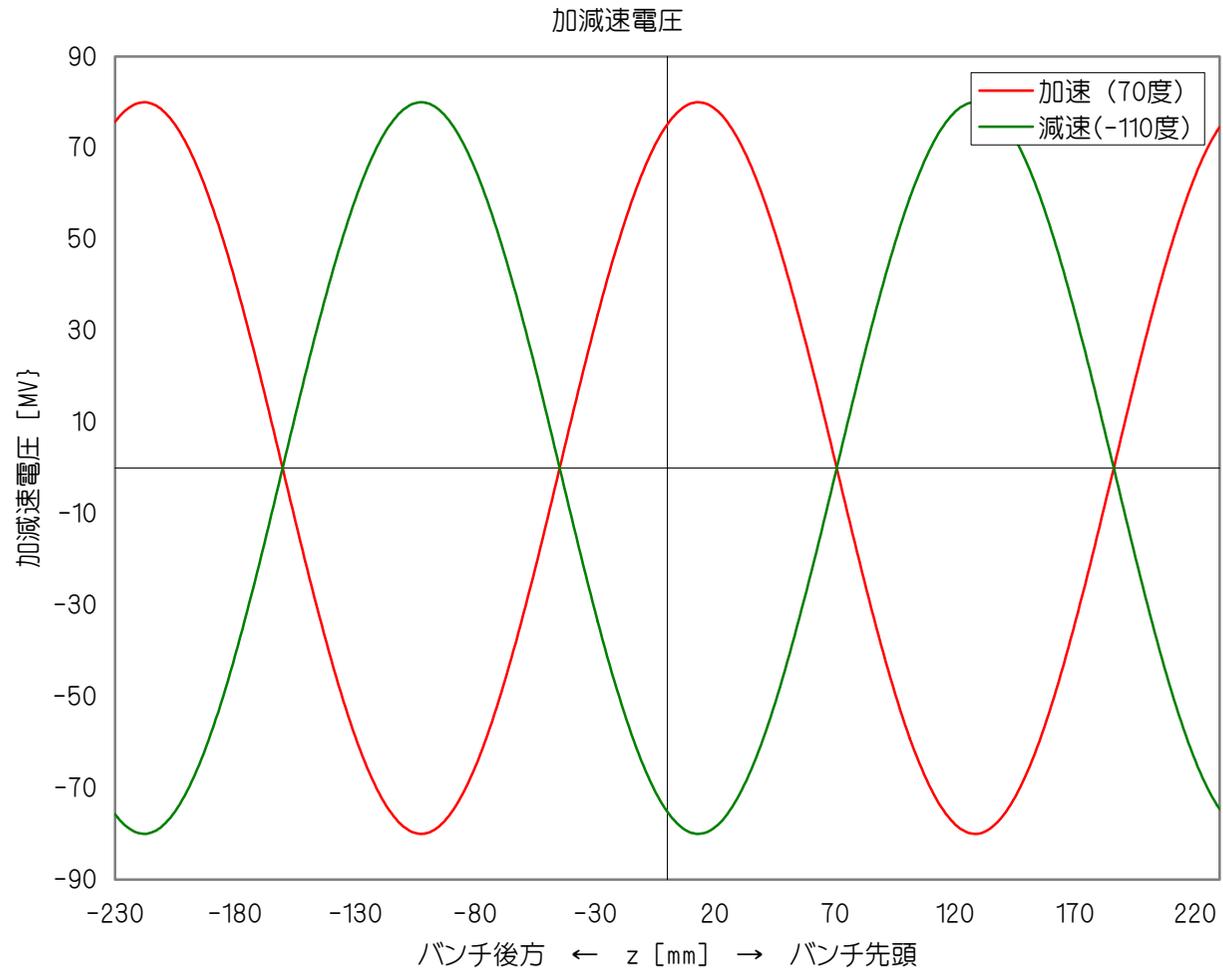
$$\frac{C\alpha}{2} = - \left. \frac{dz}{d\delta} \right|_{\delta=0}$$

とすれば線形部分は消せる。

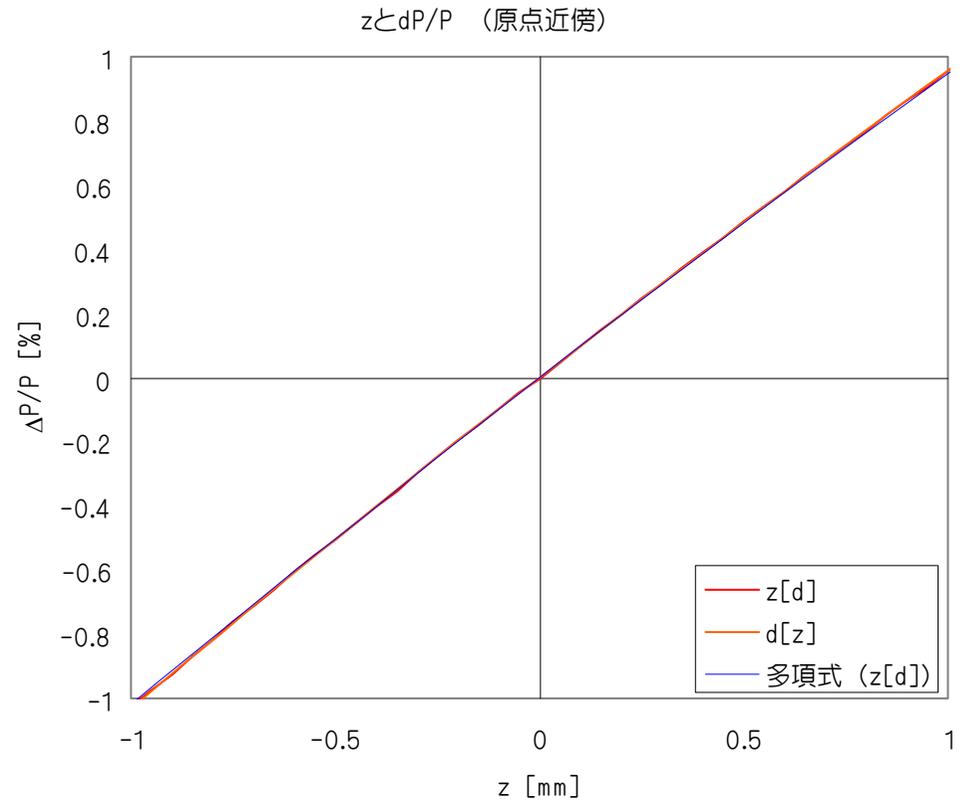
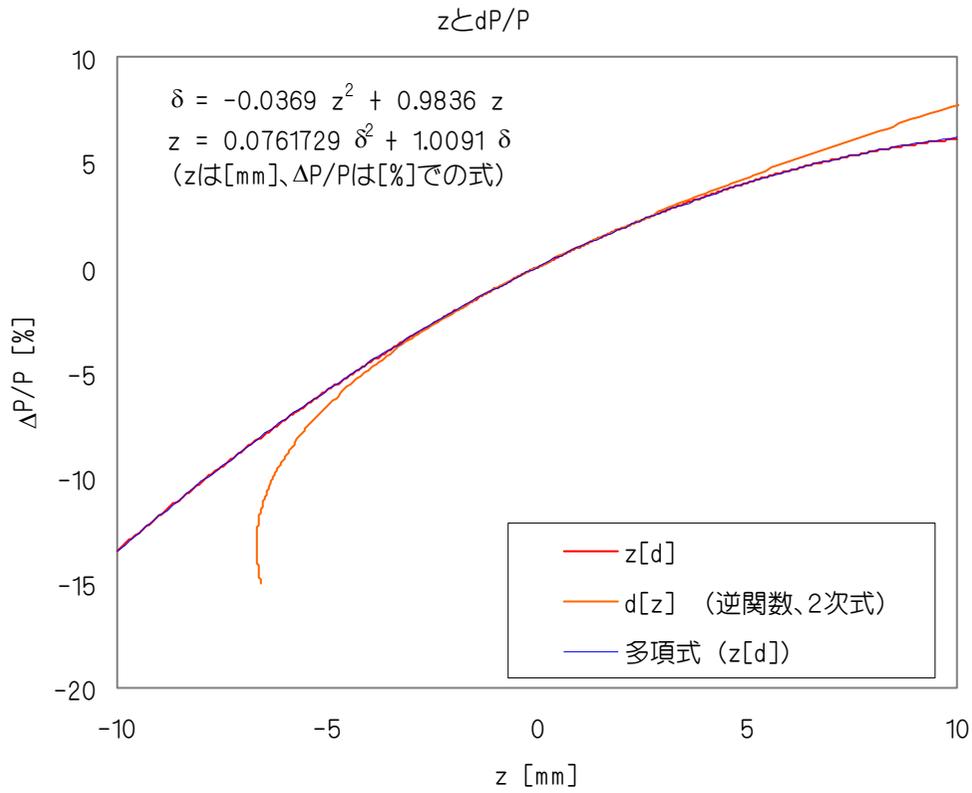
ここで、**独断**で加速位相は 70 度とする。

- 特に理由はない。
 - 90 度ではバンチ圧縮できないし、45 度では到達エネルギーが寂しい。
 - 80度だとちょっとエネルギー勾配が小さめで寂しい気がしたので、
 - 何となく 70 度とした。
 - 空洞の長さは 4m、加速電圧は 80MV とする。ピークで加速すると、およそ 160MeV になるはずである。
-
- ギリギリ到達可能な最小バンチ長への挑戦の場合、どこかに最適な加速位相があるかも知れない。(ピーク電圧と位相の両方を自由にしてエネルギー一定で最適化するのか?)
 - 計算手法のシミュレーションの場合、どこでやってもたいして変わらないと思う。

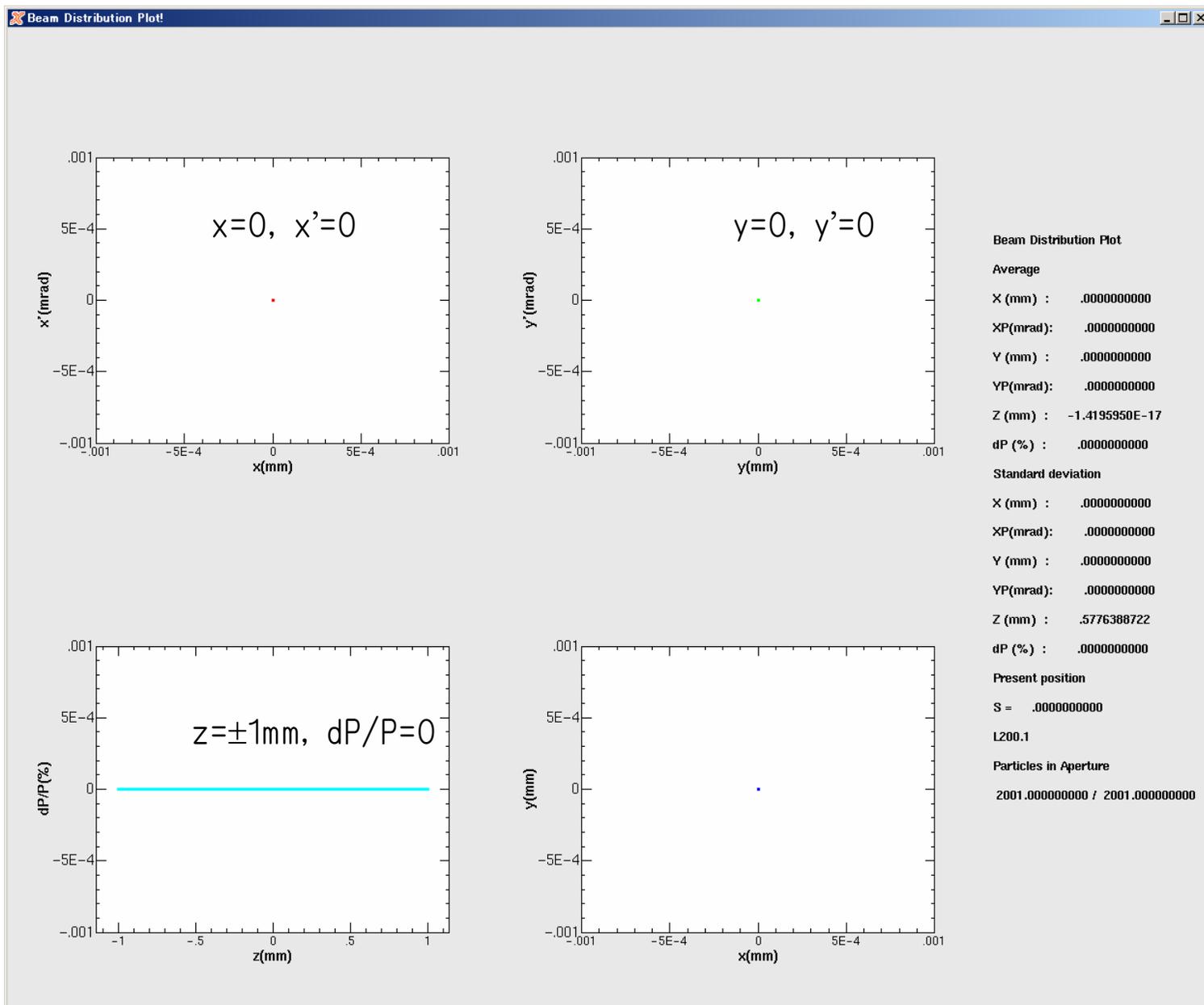
70 度の場合の加速位相



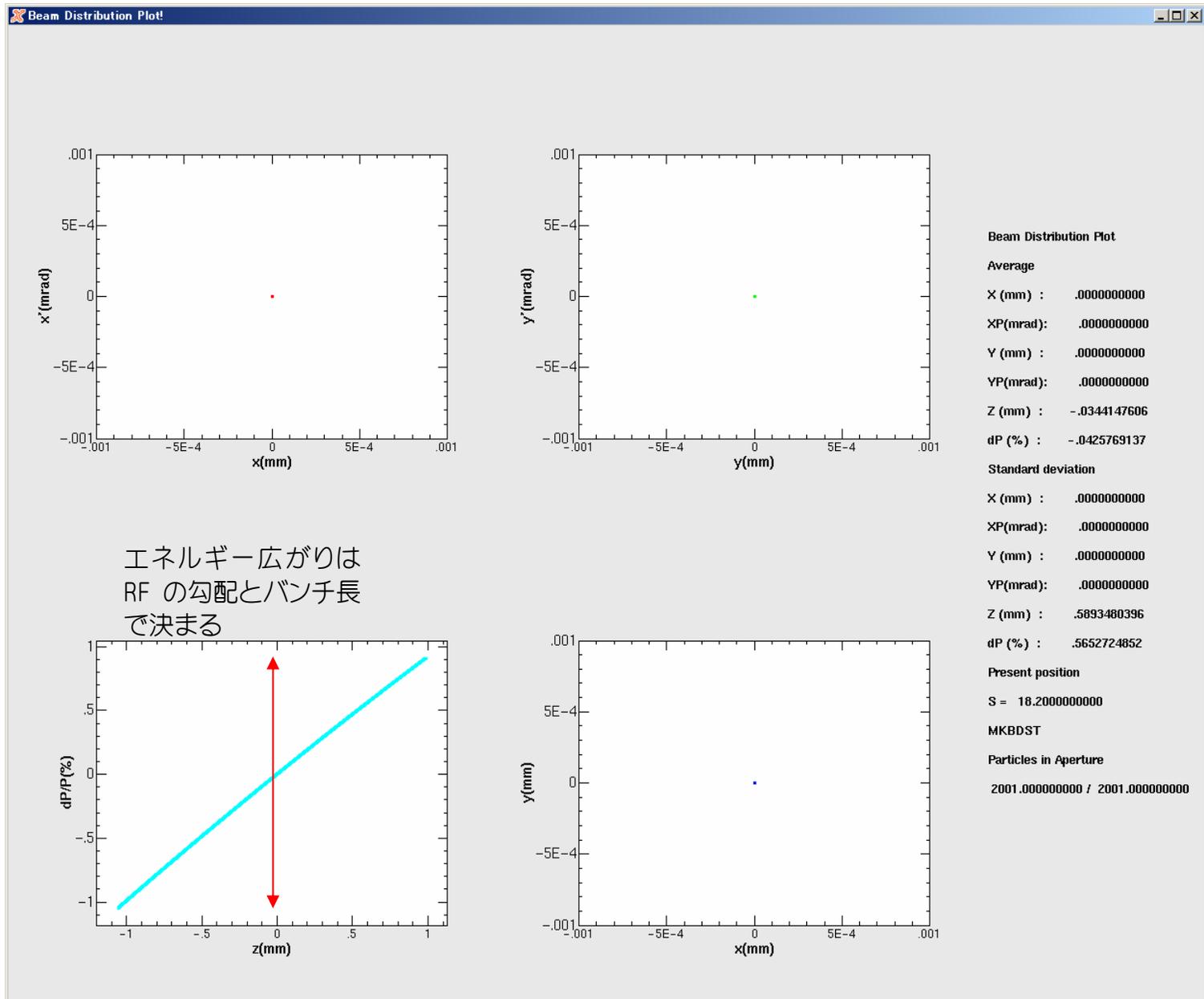
加減速後の z と $\Delta P/P$ (トラッキングでなくて、解析計算値)



R₅₆ のマッチング (トラッキングによる) 初期値

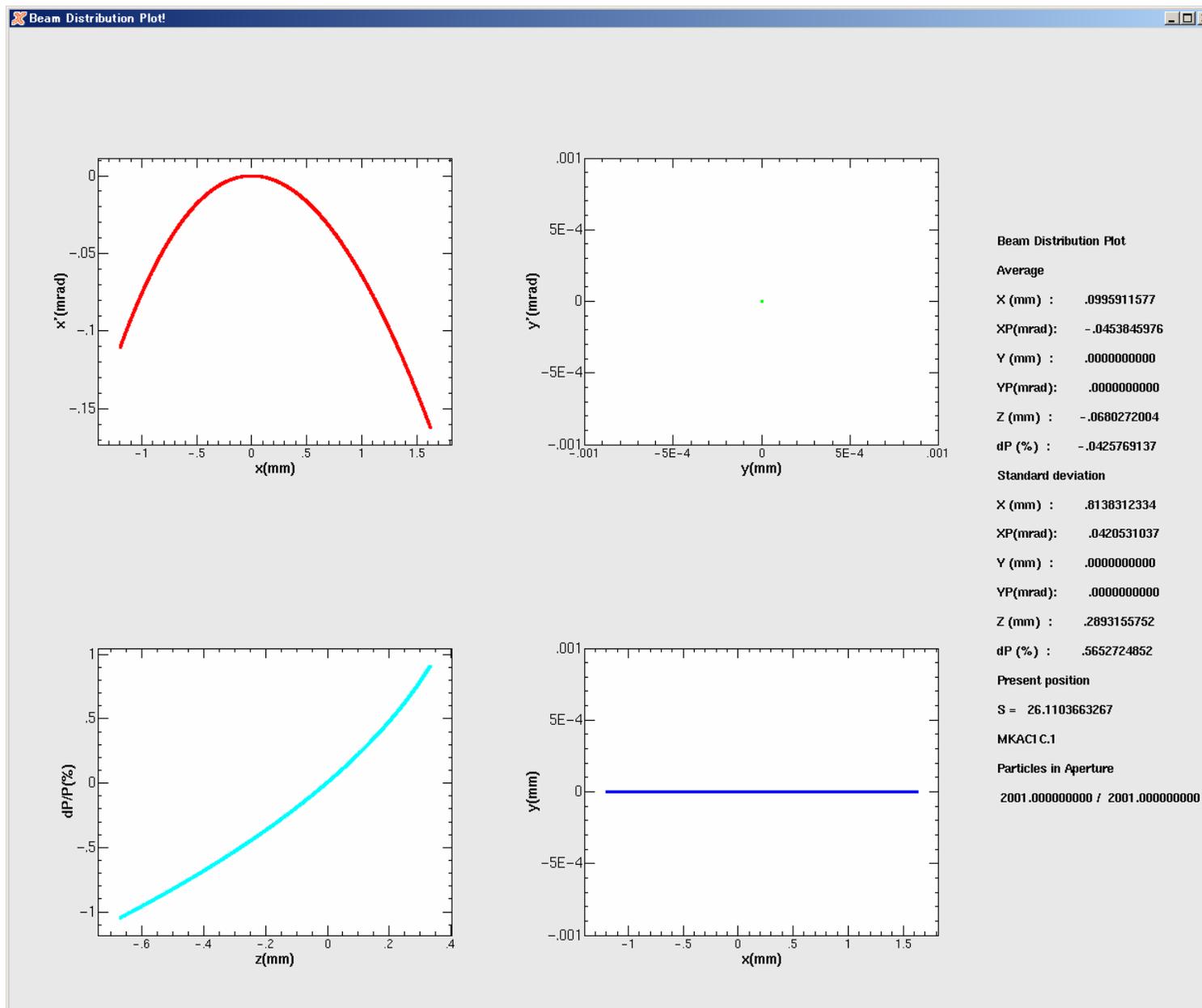


加速後(弧部入り口)

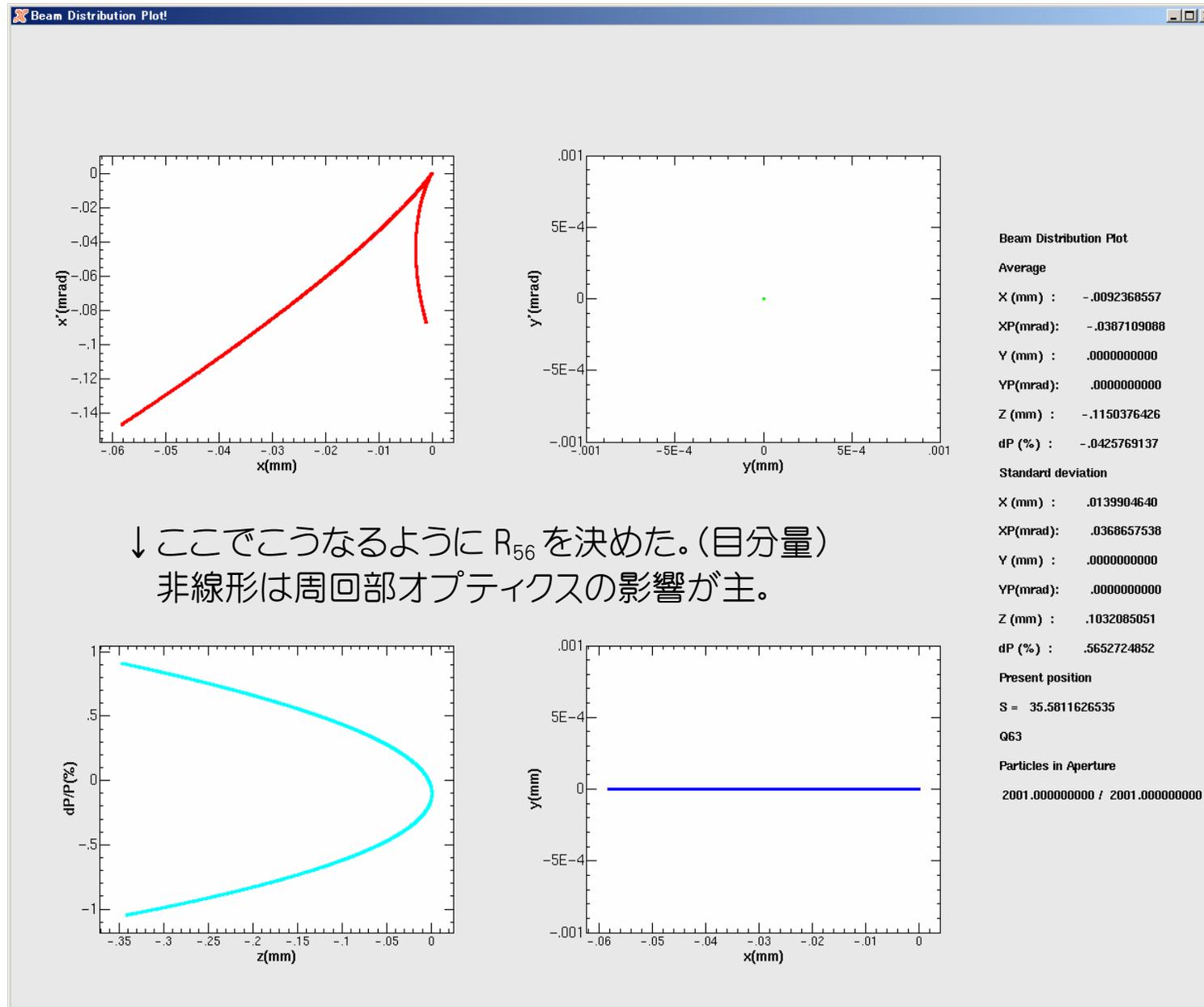


エネルギー広がり
RF の勾配とバンチ長
で決まる

弧部中央



直線部中央



↓ここでこうなるように R_{56} を決めた。(目分量)
非線形は周回部オプティクスの影響が主。

バンチ長はシグマで 0.1mm (初期値 0.6mm)。

解析計算との比較

- 行き帰り同じ弧部にした場合の momentum compaction は 0.0032438。
- 半周長かけて、 $R_{56} = -0.111654$ となる。
- z を [mm]、 dP/P を [%] に直すと、これは $z = -1.11654\delta$ である。
- 解析的な式（加速電圧の逆関数の微分）から $\frac{dz}{d\delta} = 1.0091$ なので、ほぼ計算通りの値となった。

トラッキングによるバンチ圧縮のシミュレーション (CSR、6 極なし)

- 初期分布計算の際のエミッタンスは規格化値で 1mmrad、バンチ長は 1mm、エネルギー広がり は 1×10^{-4} とする。(加速後、 1×10^{-2} 程度まで増大。) 具体的には、

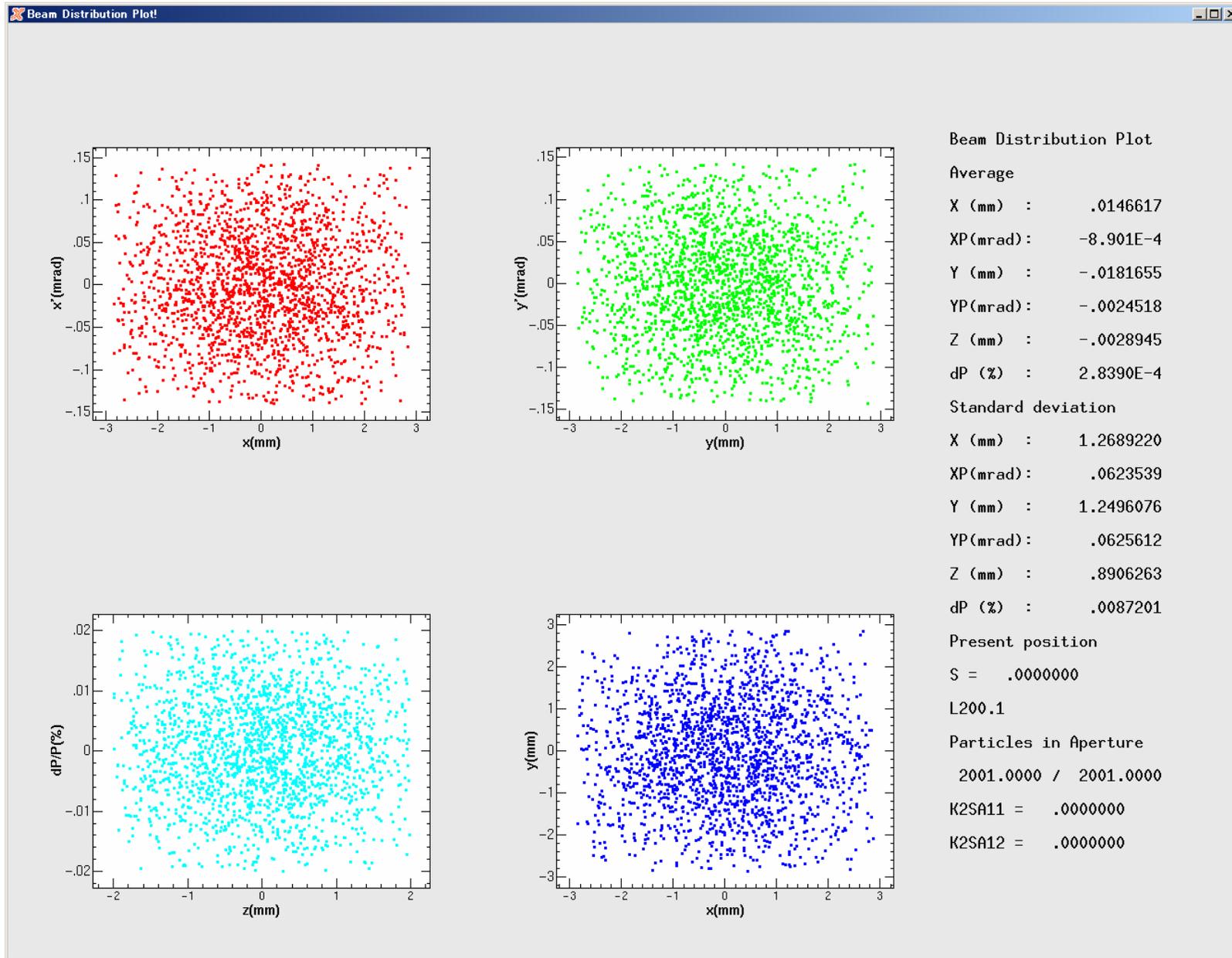
$$x_{ini} = \sqrt{\beta_x \varepsilon} \times GaussRandom, \quad x'_{ini} = \sqrt{\gamma_x \varepsilon} \times GaussRandom$$

$$y_{ini} = \sqrt{\beta_y \varepsilon} \times GaussRandom, \quad y'_{ini} = \sqrt{\gamma_y \varepsilon} \times GaussRandom$$

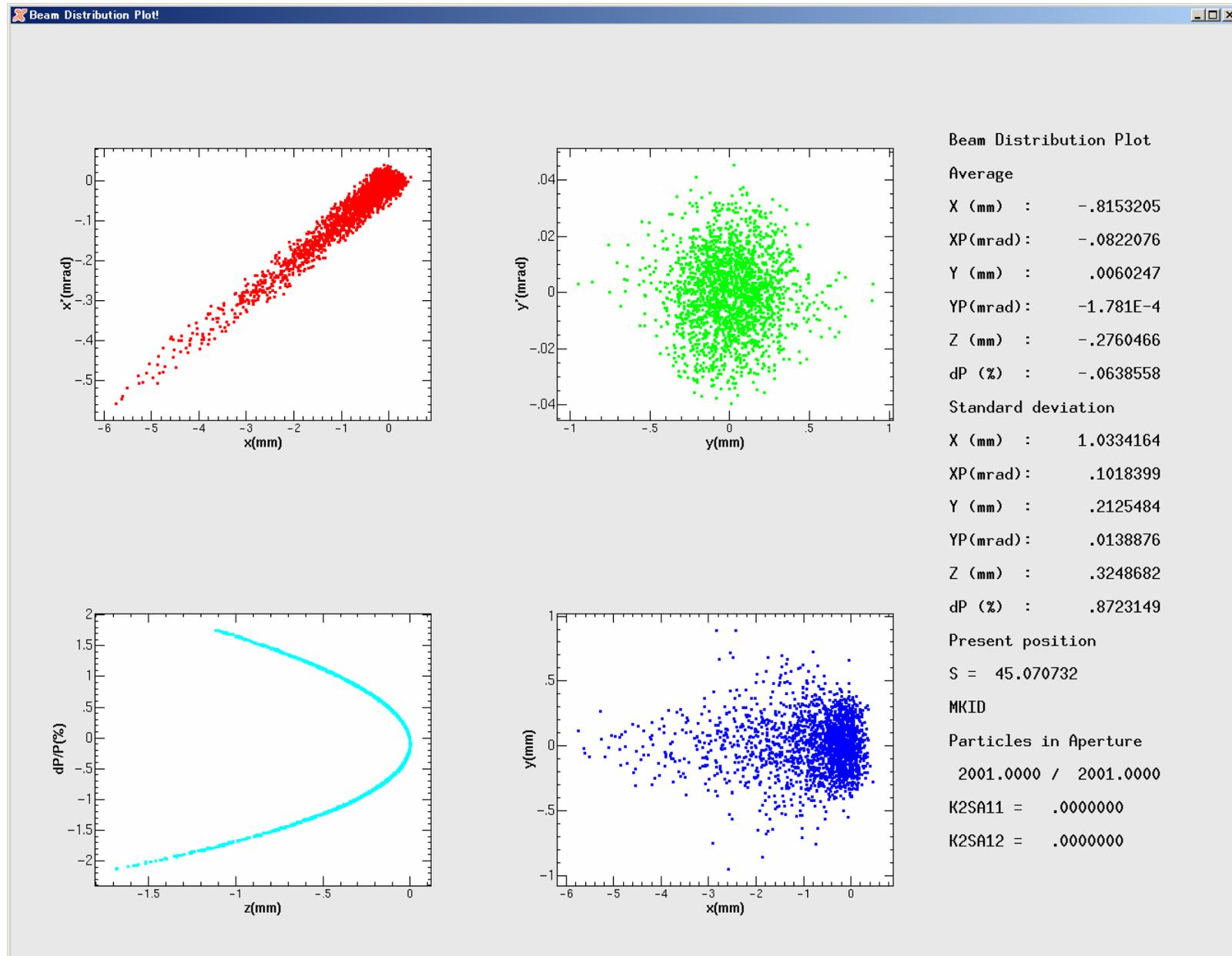
$$z_{ini} = \sigma_l \times GaussRandom, \quad \delta_{ini} = \sigma_E \times GaussRandom$$

である。(*GaussRandom* は分散 1、平均値 0 のガウス分布乱数。GCUT=2 (最大で±2 まで) と、GCUT なしの2通り計算する。)

6極無し、エミッタンスで分布させた場合の初期値 (GCUT=2)

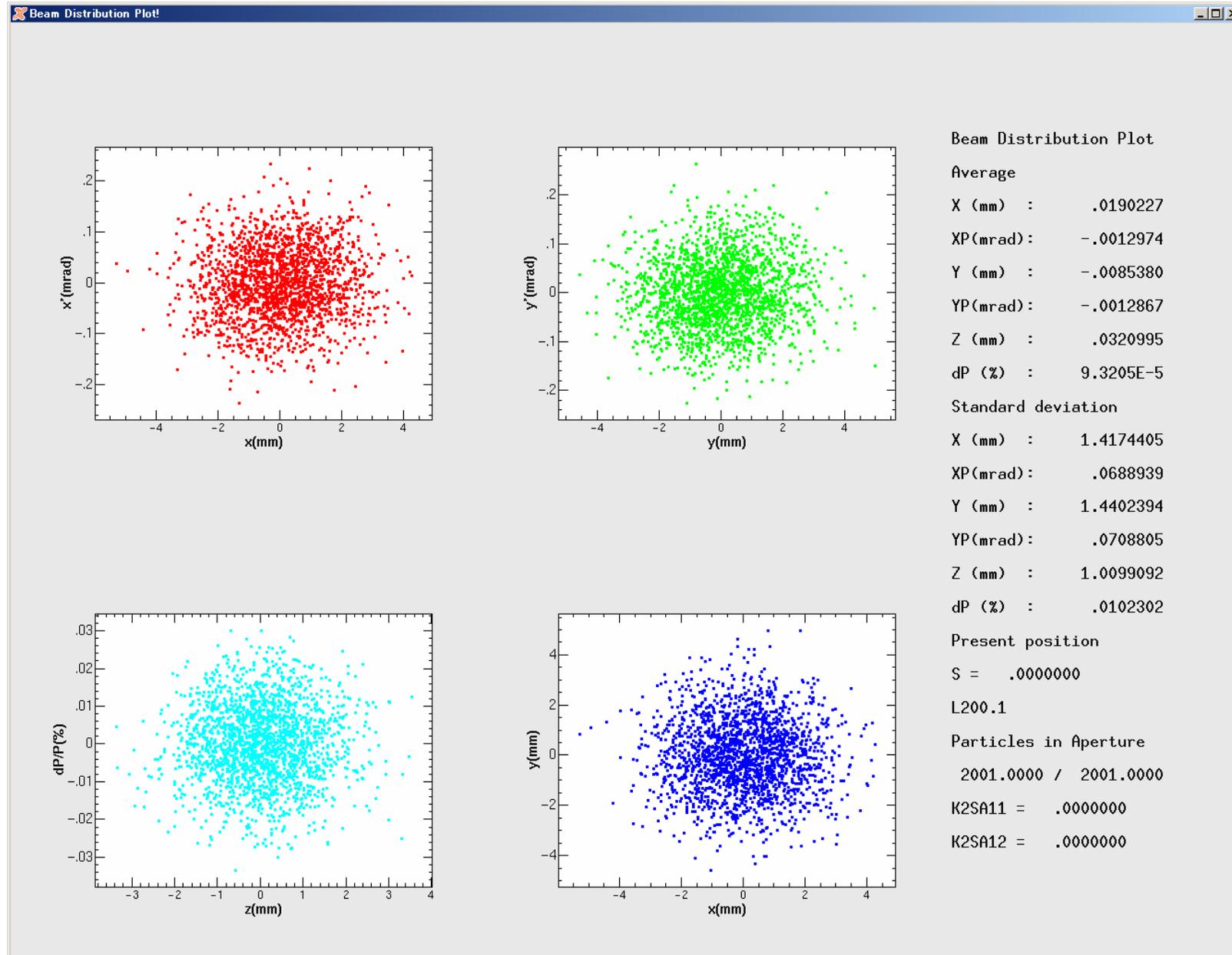


6極無し、エミッタンスで分布させた場合の半周後 (GCUT=2)

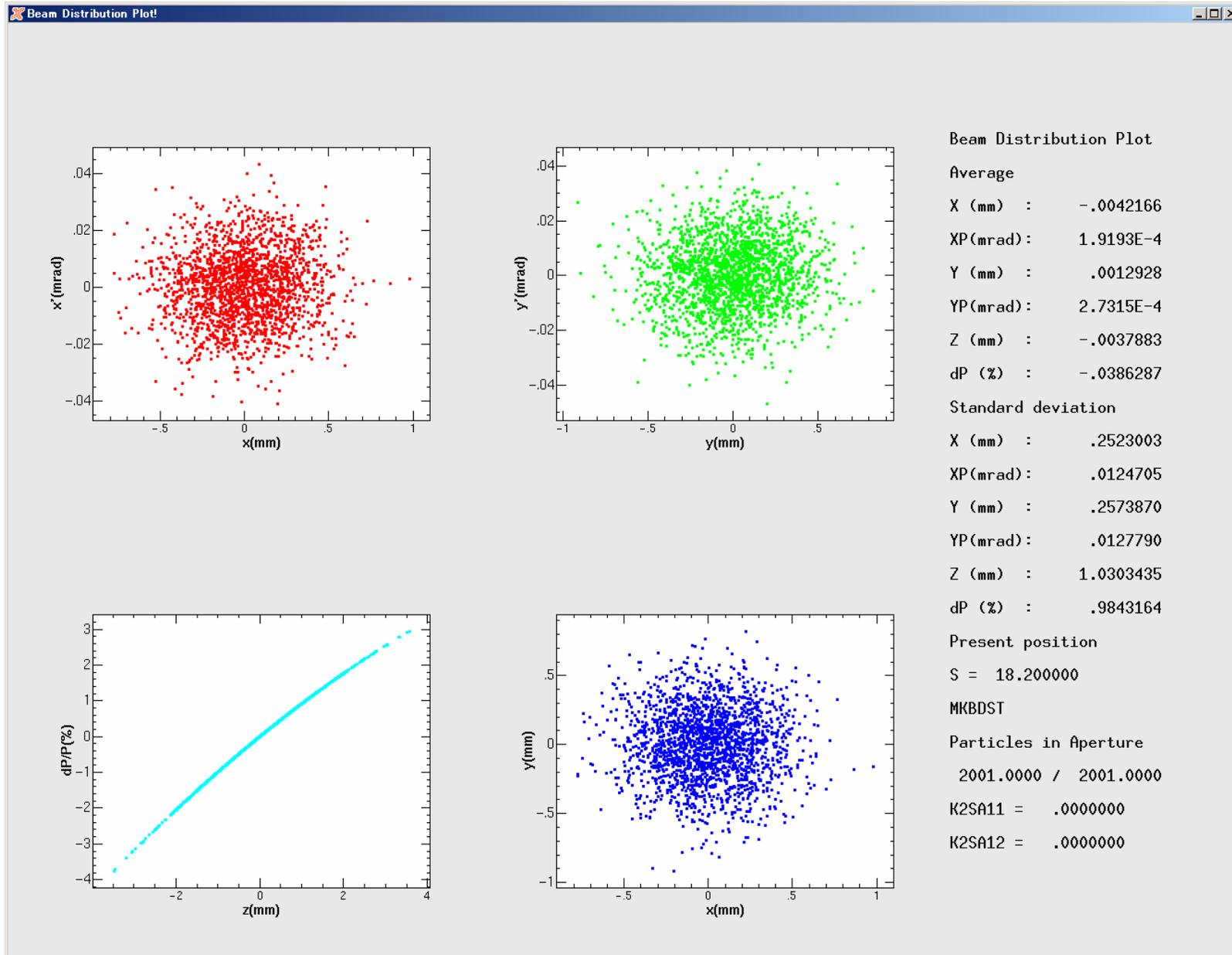


バンチ長はシグマで初期値の 1/3 程度になる。

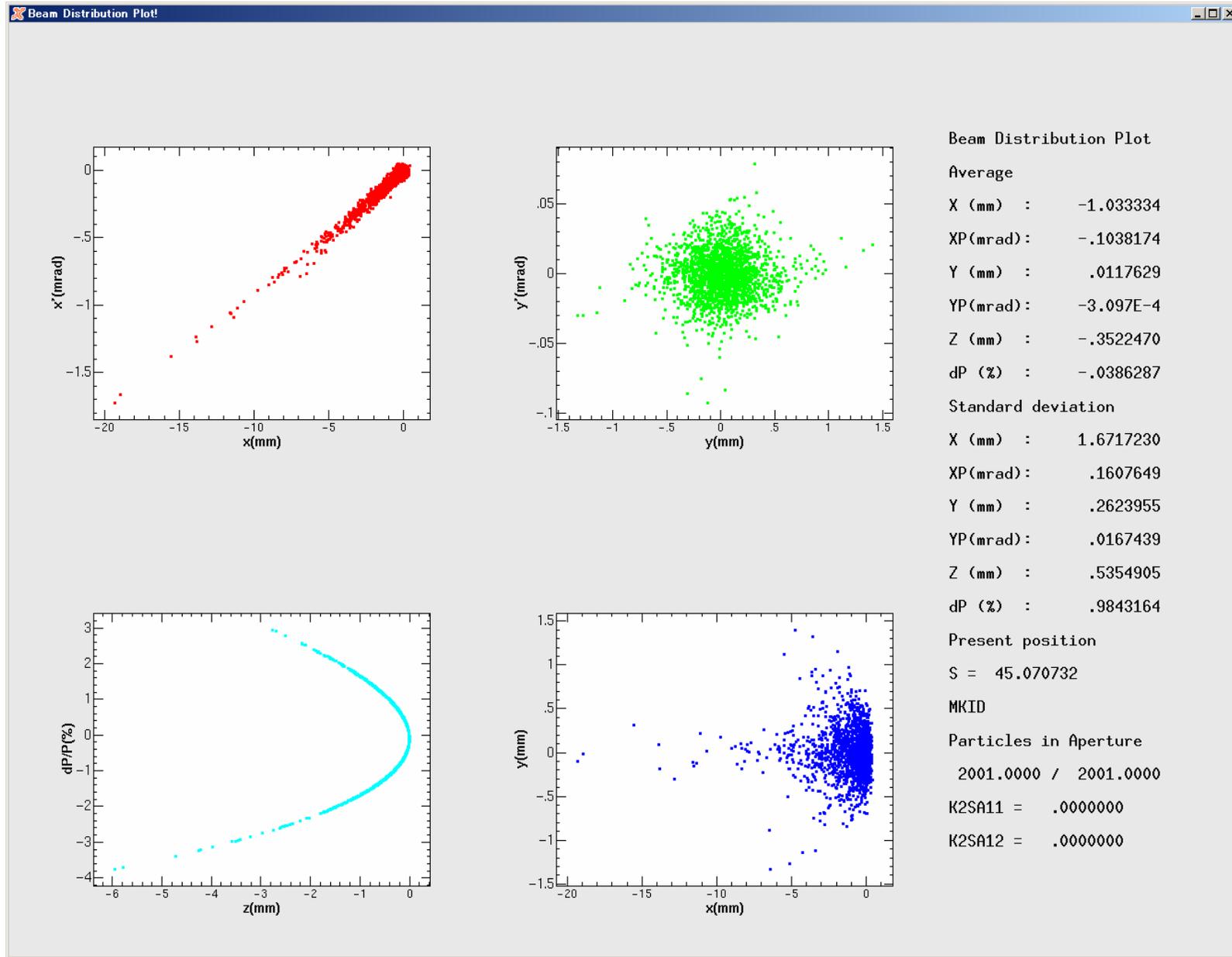
ちなみに GCUT なしの初期値 (2mm が 3mm、3mm が 4mm くらいしか変わらない)



GCUT なしの加速後(弧部入り口) (これもそんなに変わらない)



GCUT なしの半周後 (大きく吹っ飛ばす奴がいる！！)



バンチ長はシグマで初期値の半分程度になる。

高次の効果

- 6極なしではそれほどバンチ圧縮できない。また、ビームも大きく広がる。
- 解析式では $\Delta z = R_{56} \delta_{ini} + T_{566} \delta_{ini}^2$ 、 $\Delta x = T_{166} \delta_{ini}^2$ 、 $\Delta x' = T_{166} \delta_{ini}^2$ である。
- 6極の最適化はトラッキングで行う。
- 半周まわした後の $\langle x \rangle$ 、 σ_x 、 $\langle x' \rangle$ 、 $\sigma_{x'}$ 、 $\langle z \rangle$ 、 σ_z を6極の2ファミリー各値について計算し、ビームサイズやバンチ長が一番小さくなる値を探す。
- 初期分布計算の際のエミッタンスは規格化値で 1mmrad、バンチ長は 1mm、エネルギー広がり 1×10^{-4} とする。(加速後、 1×10^{-2} 程度まで増大。) 具体的には、

$$x_{ini} = \sqrt{\beta_x \varepsilon} \times \text{GaussRandom}, \quad x'_{ini} = \sqrt{\gamma_x \varepsilon} \times \text{GaussRandom}$$

$$y_{ini} = \sqrt{\beta_y \varepsilon} \times \text{GaussRandom}, \quad y'_{ini} = \sqrt{\gamma_y \varepsilon} \times \text{GaussRandom}$$

$$z_{ini} = \sigma_l \times \text{GaussRandom}, \quad \delta_{ini} = \sigma_E \times \text{GaussRandom}$$

- である。(GaussRandomは分散1、平均値0のガウス分布乱数。GCUT=2 (最大で±2 まで) とする。) 乱数 (初期分布) に依る部分もあるので、粒子数は20001個とする。

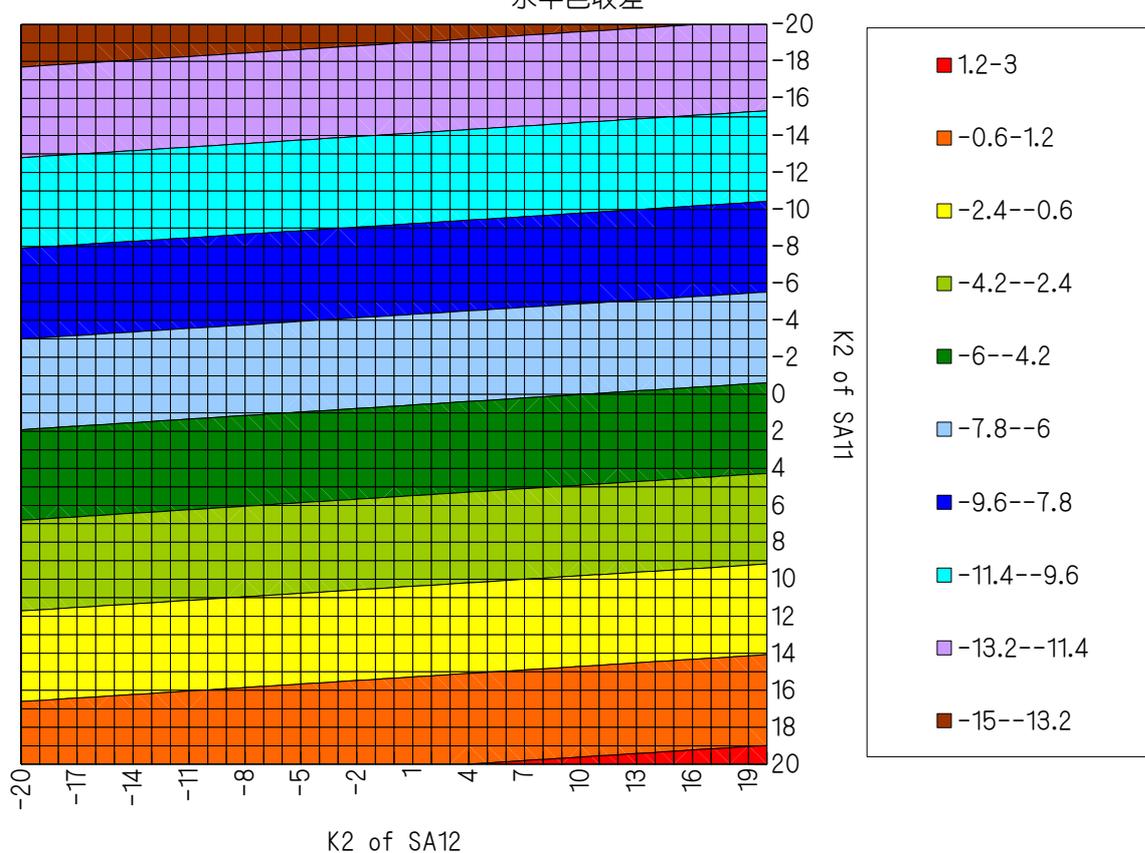
周回部の設計

- エネルギー広がり、エミッタンスの増大、バンチの伸長、ビーム損失の原因である。
- 垂直方向については、色収差によるベータatronチューンシフトやその高次効果(オプティクスの歪み)がエミッタンス増大の原因となる。水平方向のエミッタンス増大には、それに加えて分散関数の歪み、色消し部への漏れ出し、CSR 起因の分散の効果が加わる。バンチ長増大の原因は、エネルギーのずれた粒子の軌道が分散の効果で設計軌道からずれ、軌道長が変化する為である。
- 従って、色収差補正はエミッタンス増大とバンチ伸張の両方に対する抑制効果を持つ。なお、色収差補正はバンチ長を一定に保つ解であり、バンチ圧縮の場合は初期バンチ長を打ち消す別の最適値がある。ただし、オプティクスとラティスの最適化で、水平垂直の色収差補正とバンチ圧縮の3解は両立できるだろうと思われる。
- 電子銃で決まる初期エネルギー広がりには秩序がないので抑制不可能であるが、RF と CSR に因るものはバンチの縦方向位置に応じたエネルギー変化であり、各バンチスライスに対する最適化でこれらは補正可能である。
- ビームが1度しか通過しない周回部にも、蓄積リング同様に“ダイナミックアパーチャ”が存在する。ビームロスを防ぐためには、たとえ最初期段階であっても、入射部からのビームはこのアパーチャの範囲内に収まる品質が確保されていなければならない。大きなビーム、長いビームの場合、コアは安定領域であっても裾は外側に落ち、ハローを形成する。安定領域を拡げるためには、リング同様、できるだけ小さな色収差とそれを効果的に補正する6極の配置が求められる。

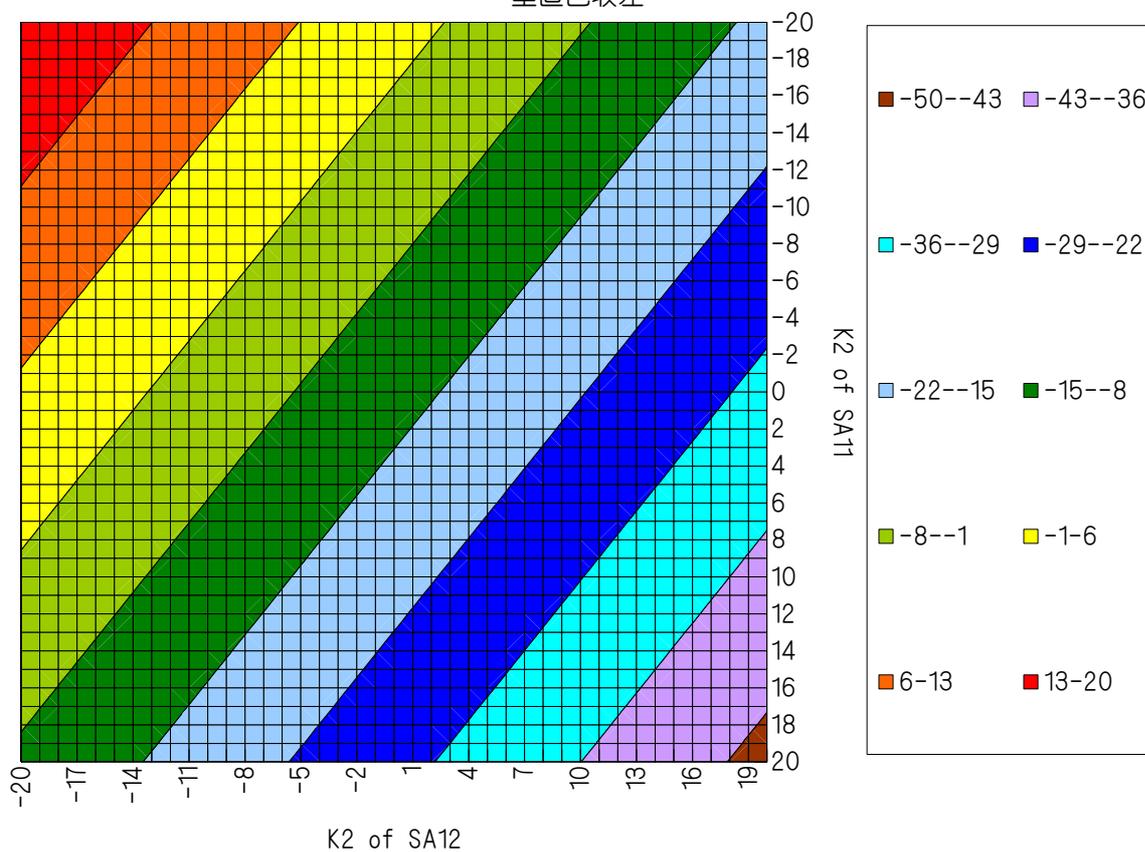
色収差補正

- エネルギー勾配の効果で、設計粒子を中心として、高めのエネルギーと低めのエネルギーで分布は対称ではない。色収差補正の最適値は、エネルギー分布の中心に対しての補正值であり、設計粒子に対しては線形色収差が残った状態となる。
- 同様の理由で、半周後の平均の x 座標はオフセットを持つ。これはエネルギー分布の中心の粒子に対して、分散関数が閉じていない効果によるものである。
- もちろん、エネルギー分布の中心の粒子に対してオプティクスを設計すれば、粒子の分布の平均に対して分散関数もちゃんと閉じるし、色収差も補正された状態が最適値となる。
- 実際、オプティクス設計上はその様にやるべきだと思うが、計算が複雑になるので今回はずれたままの計算でやる。(オプティクスをエネルギーのずれた粒子に対して最適化するのは難しいが、初期のバンチ分布をずらして、位置の中心と RF 通過後のエネルギーの中心を合わせることにはできる。)

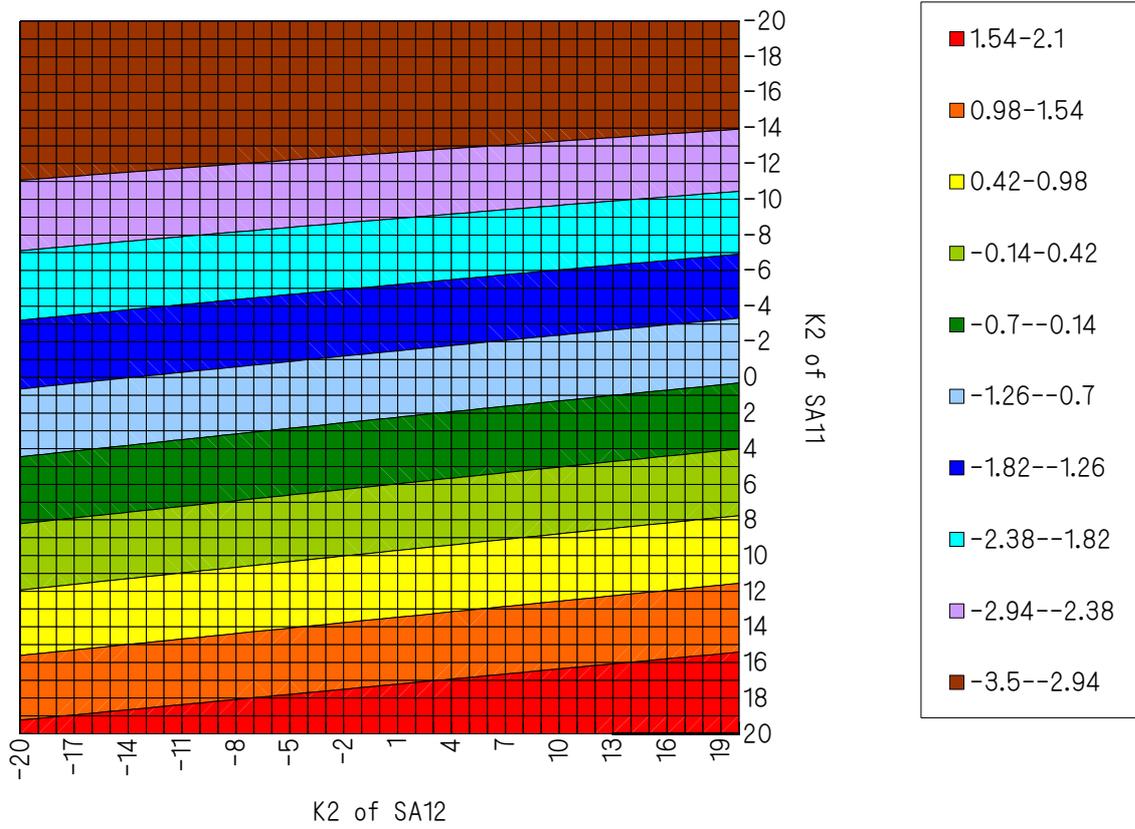
水平色収差



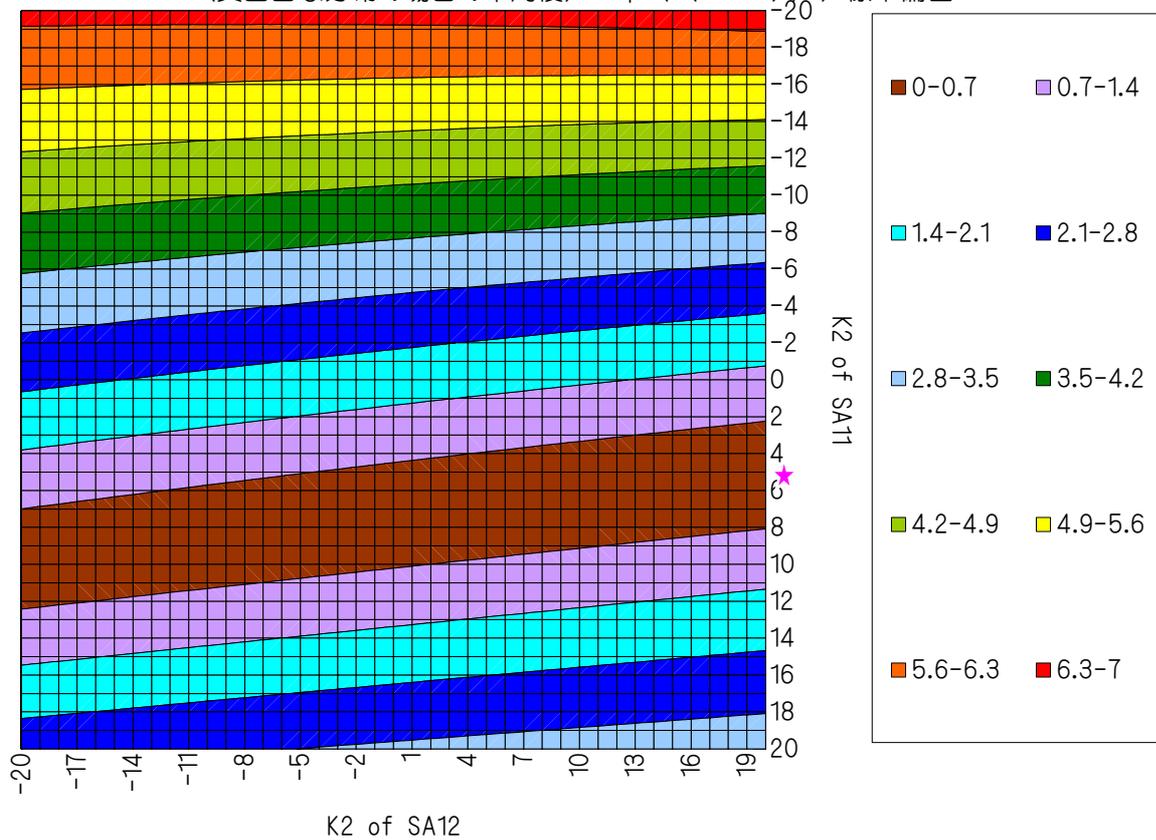
垂直色収差



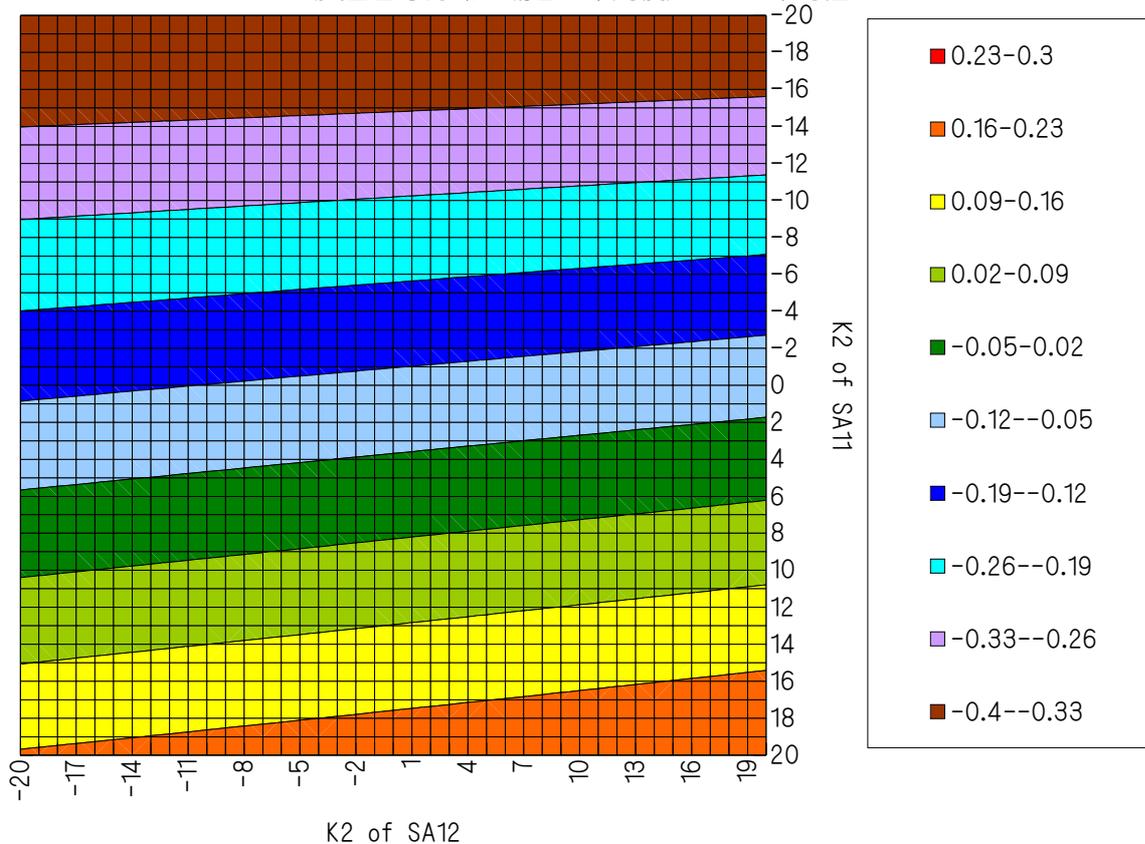
(真面目な分布の場合の半周後) <x> 平均値



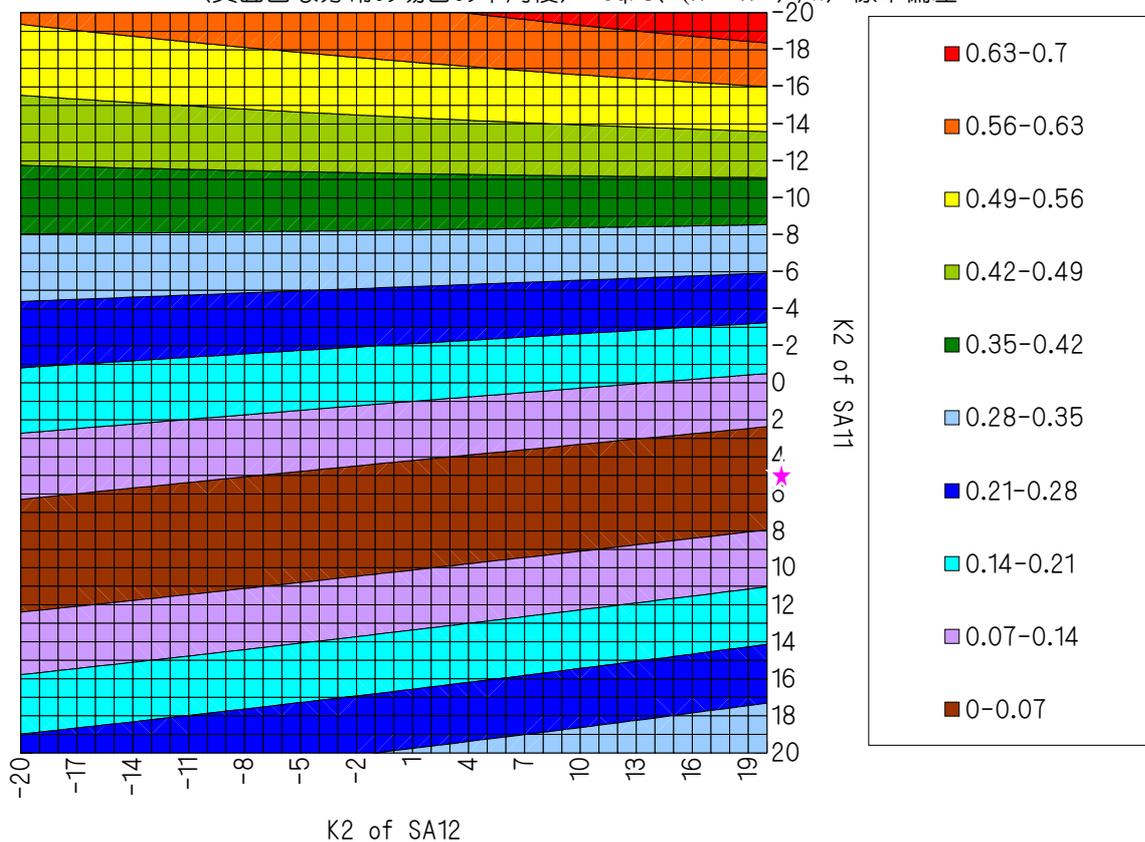
(真面目な分布の場合の半周後) $\text{Sqrt}(\frac{\sum(x-\langle x \rangle)^2}{n})$ 標準偏差



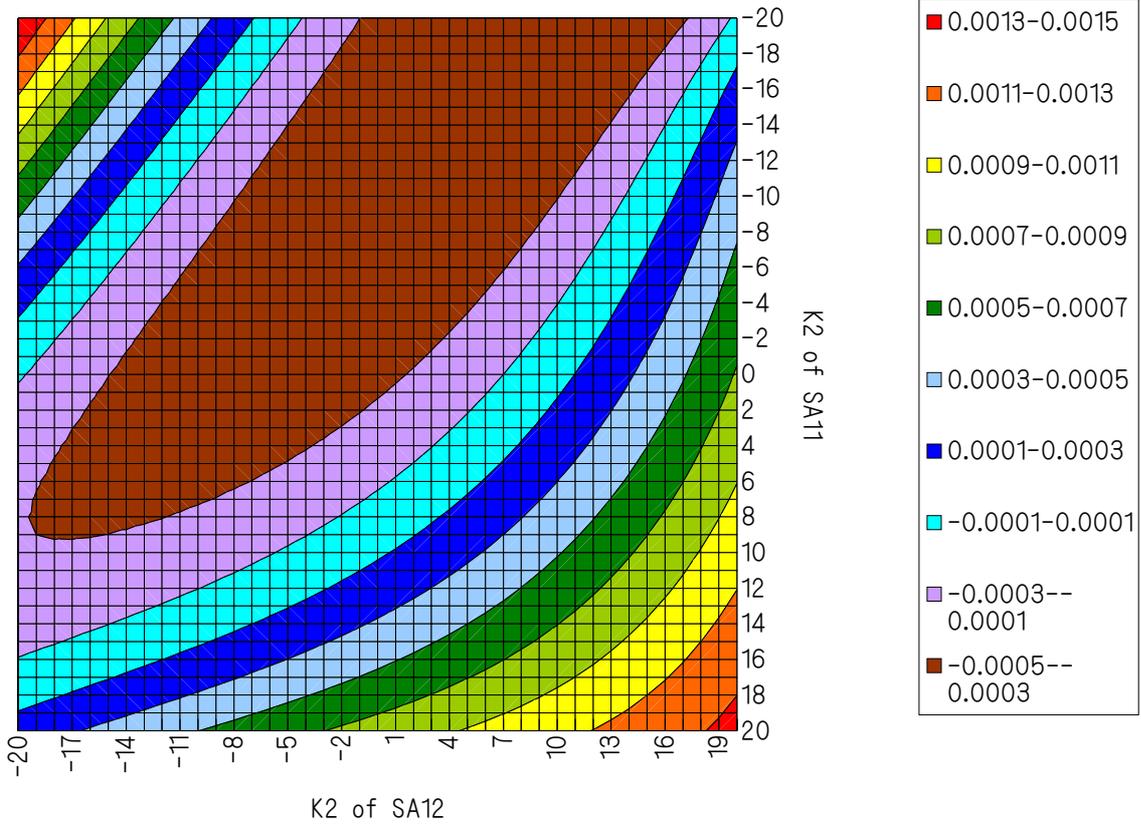
(真面目な分布の場合の半周後) $\langle x' \rangle$ 平均値



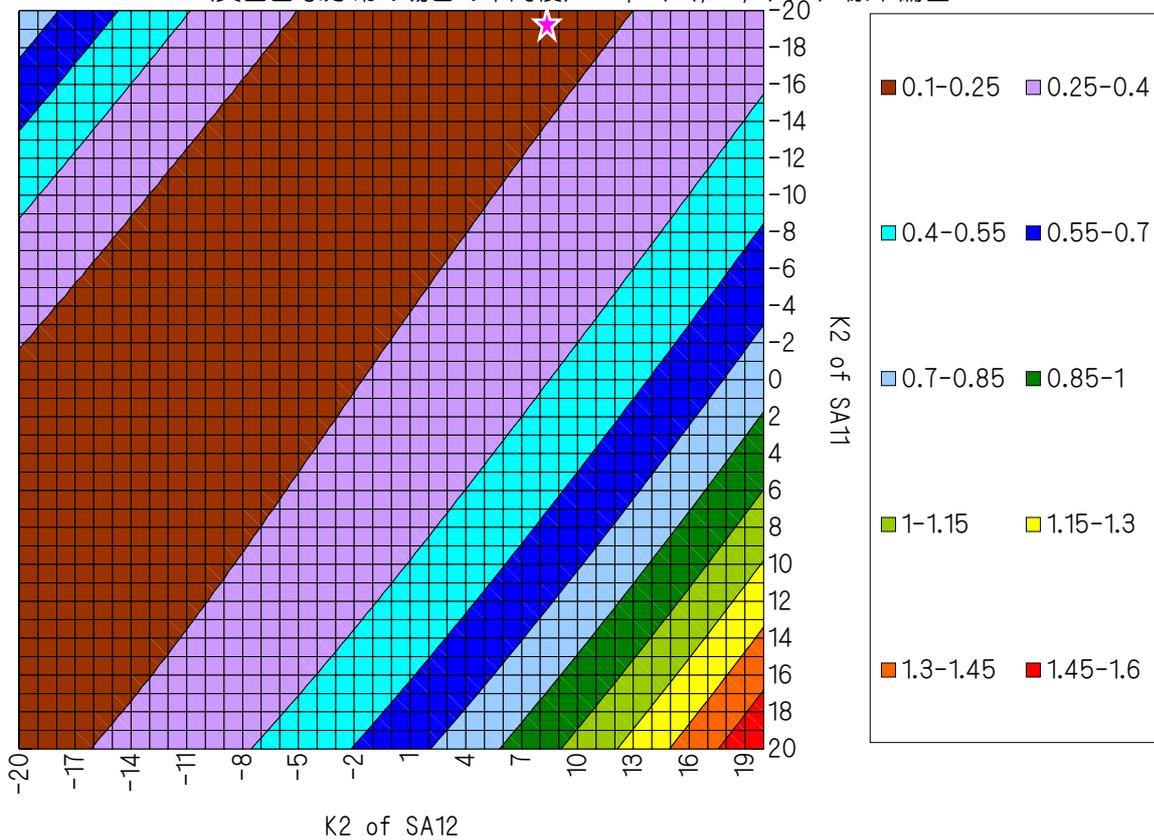
(真面目な分布の場合の半周後) $\text{Sqrt}(\Sigma(x' - \langle x' \rangle)^2/n)$ 標準偏差



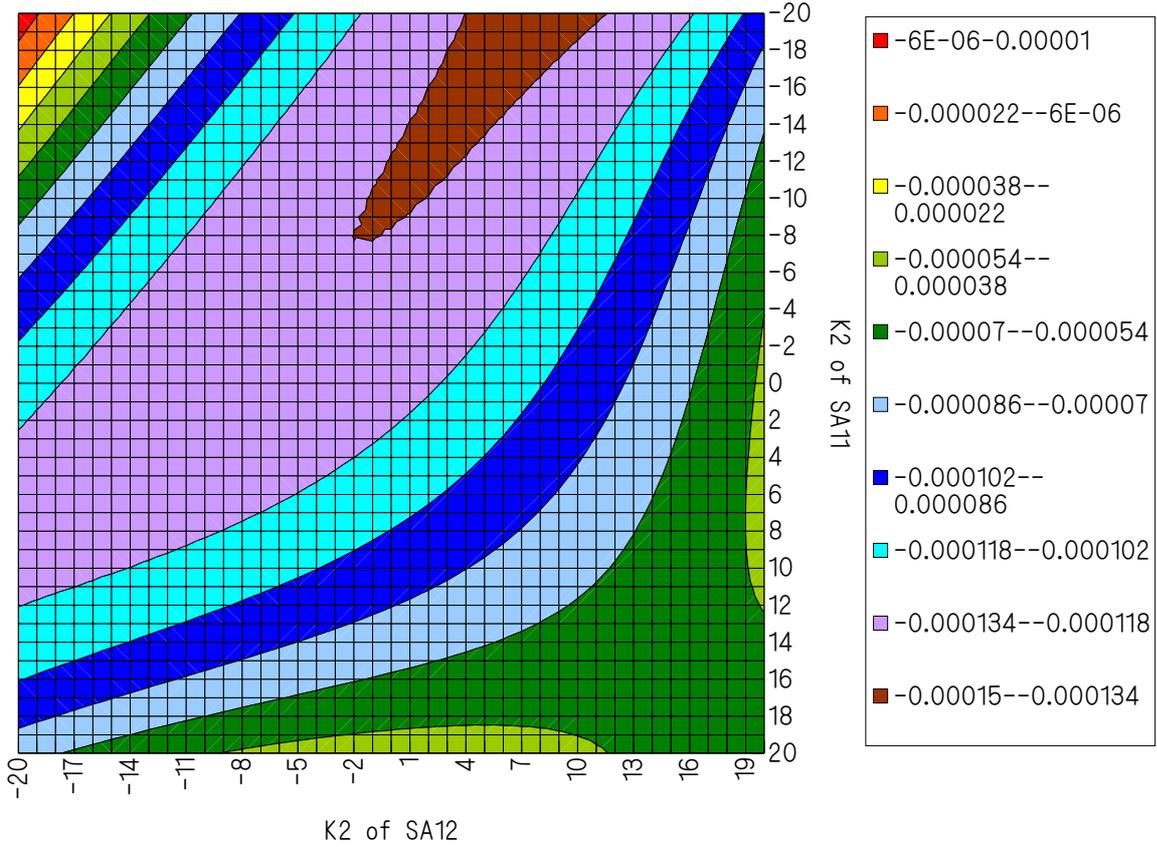
(真面目な分布の場合の半周後) $\langle y \rangle$ 平均値



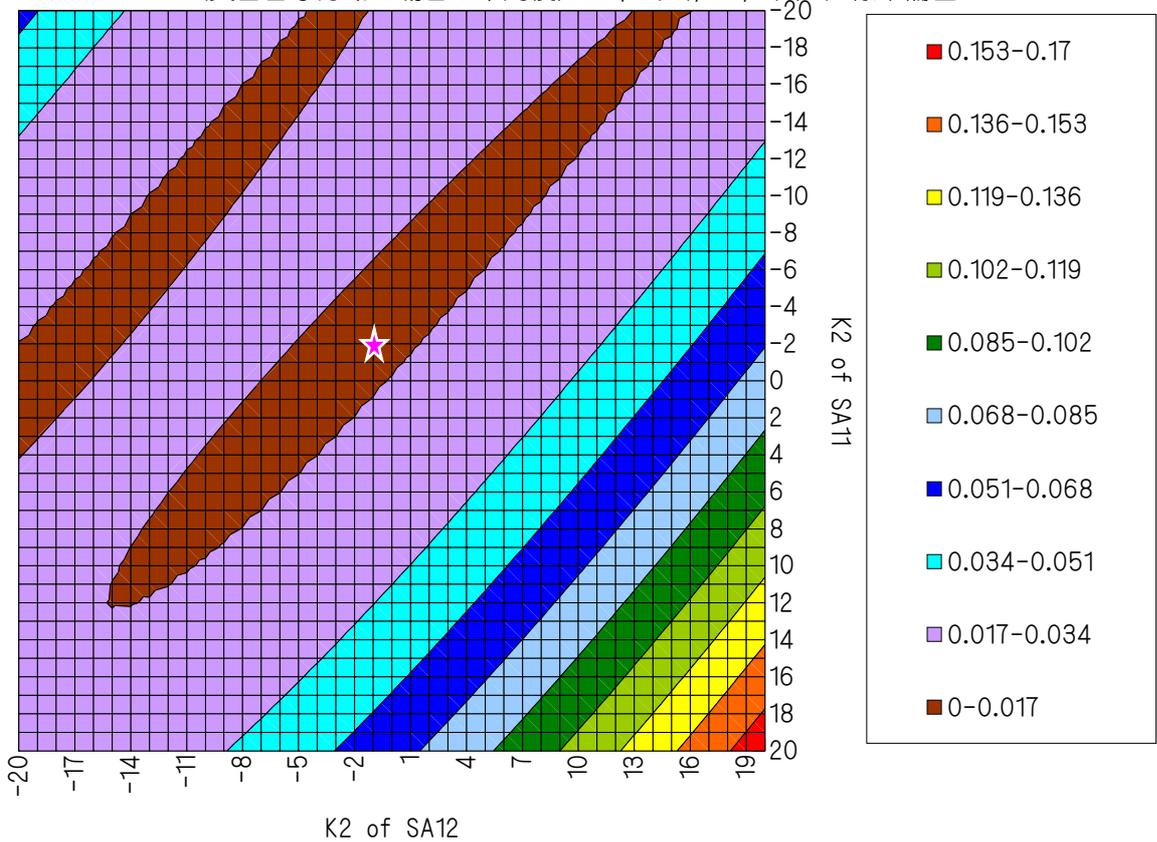
(真面目な分布の場合の半周後) $\text{Sqrt}(\frac{\sum(y-\langle y \rangle)^2}{n})$ 標準偏差



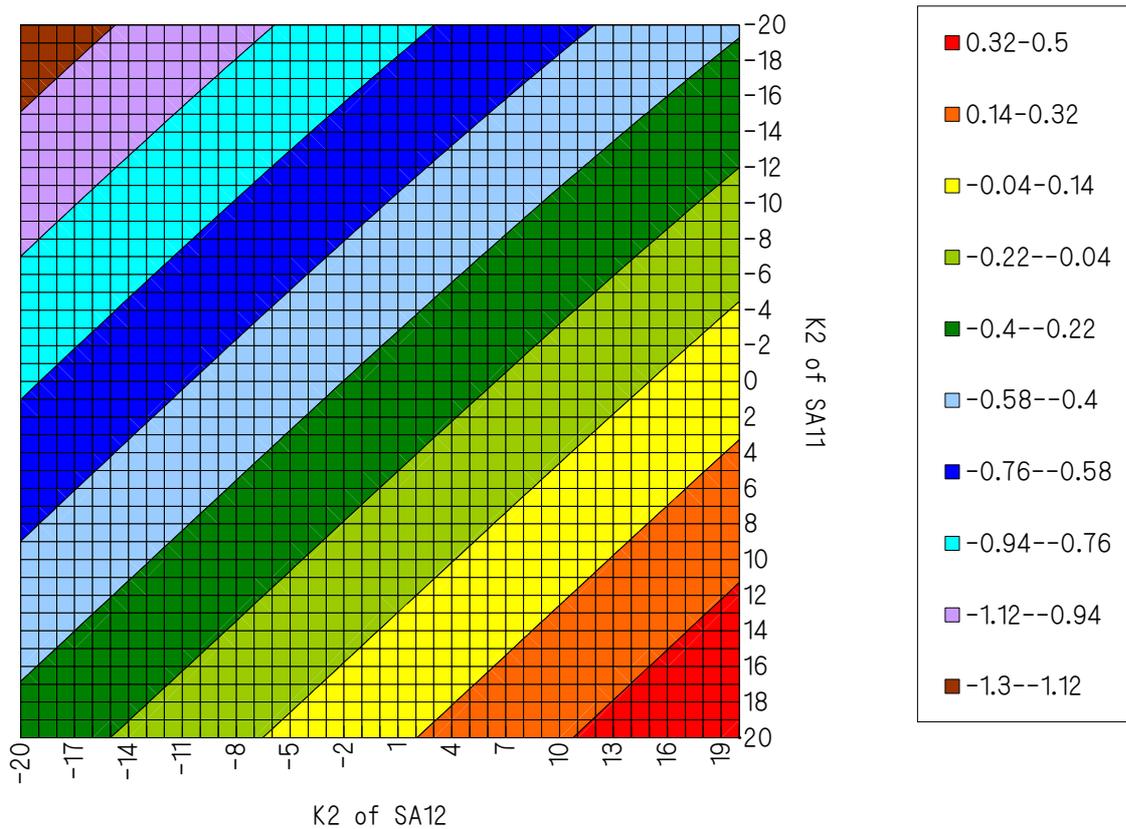
(真面目な分布の場合の半周後) $\langle y' \rangle$ 平均値



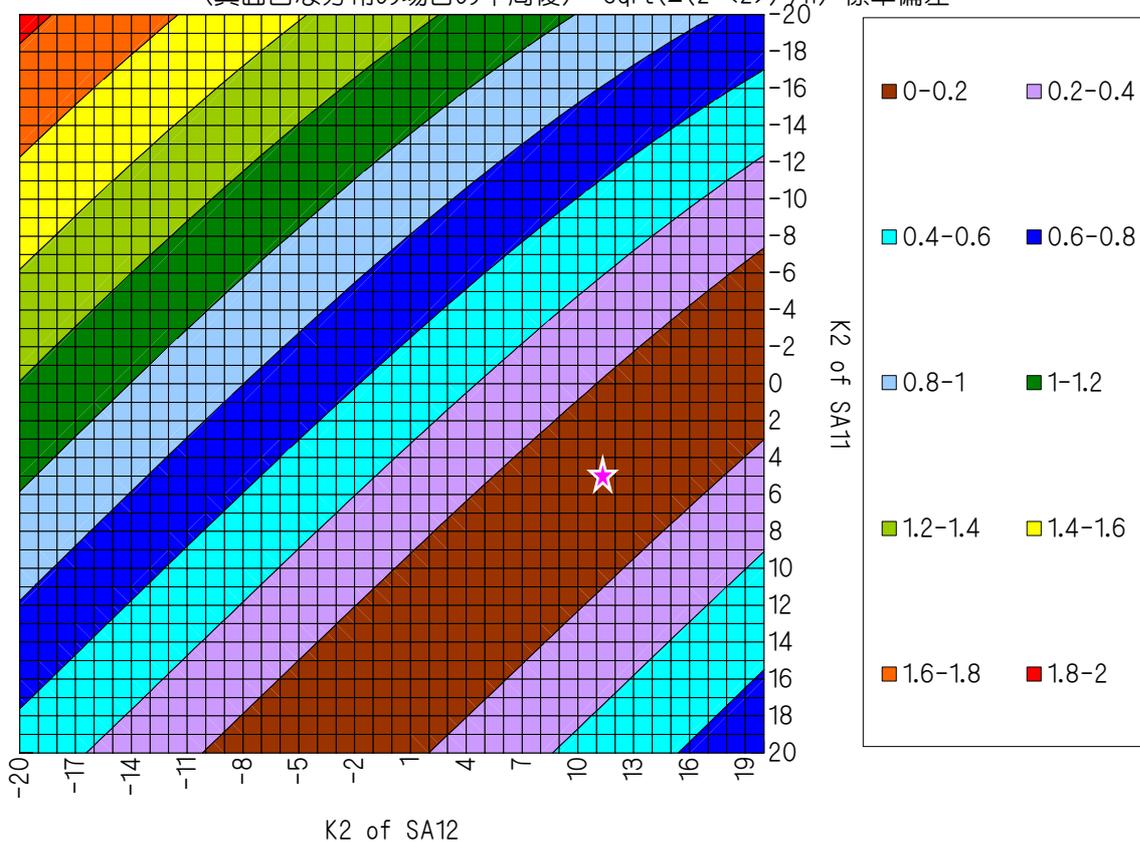
(真面目な分布の場合の半周後) $\text{Sqrt}(\Sigma(y'-\langle y' \rangle)^2/n)$ 標準偏差

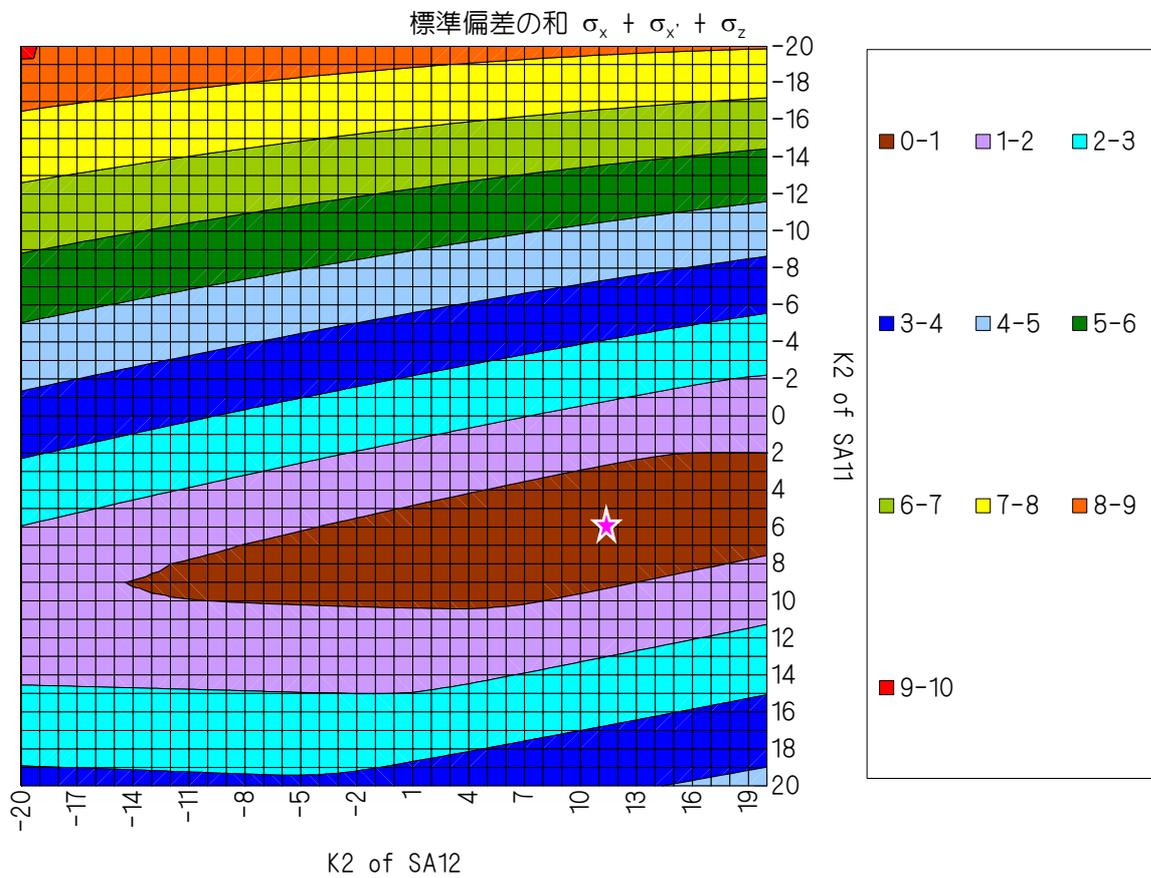
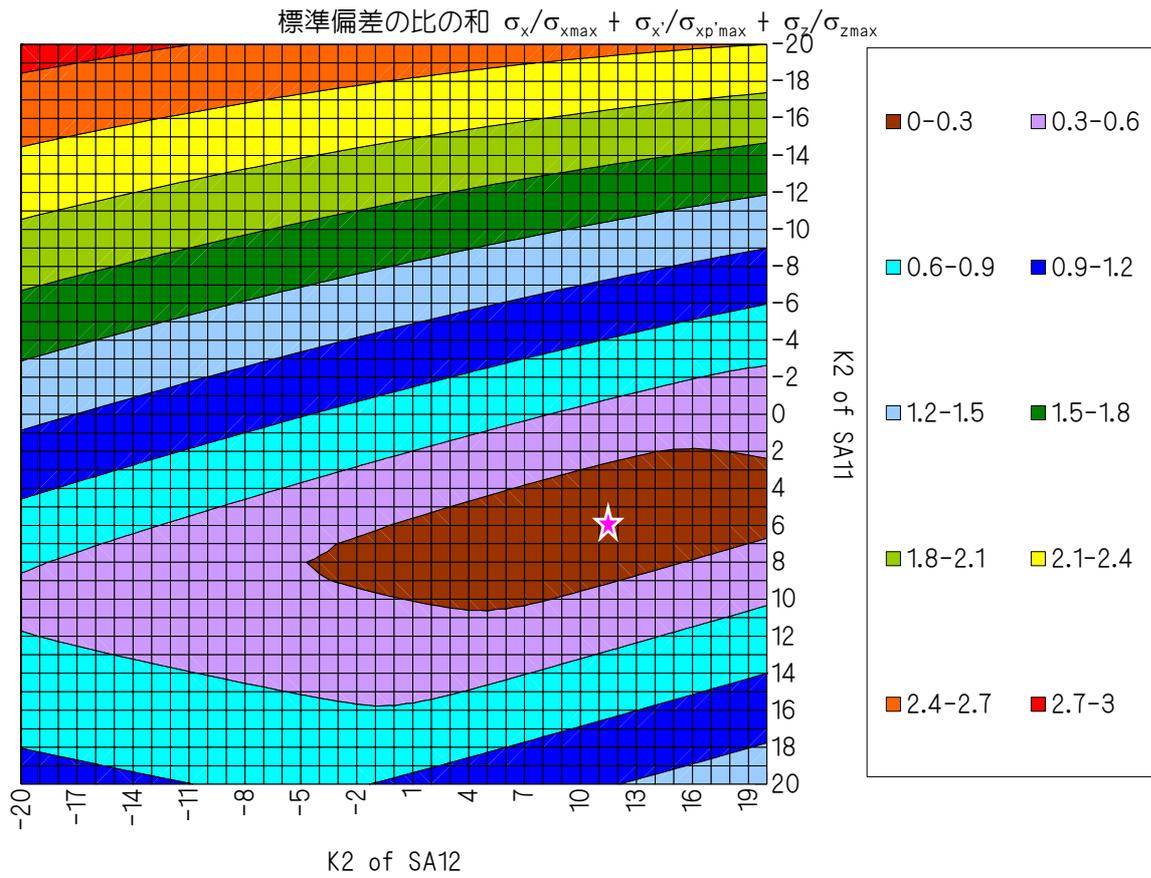


(真面目な分布の場合の半周後) $\langle z \rangle$ 平均値

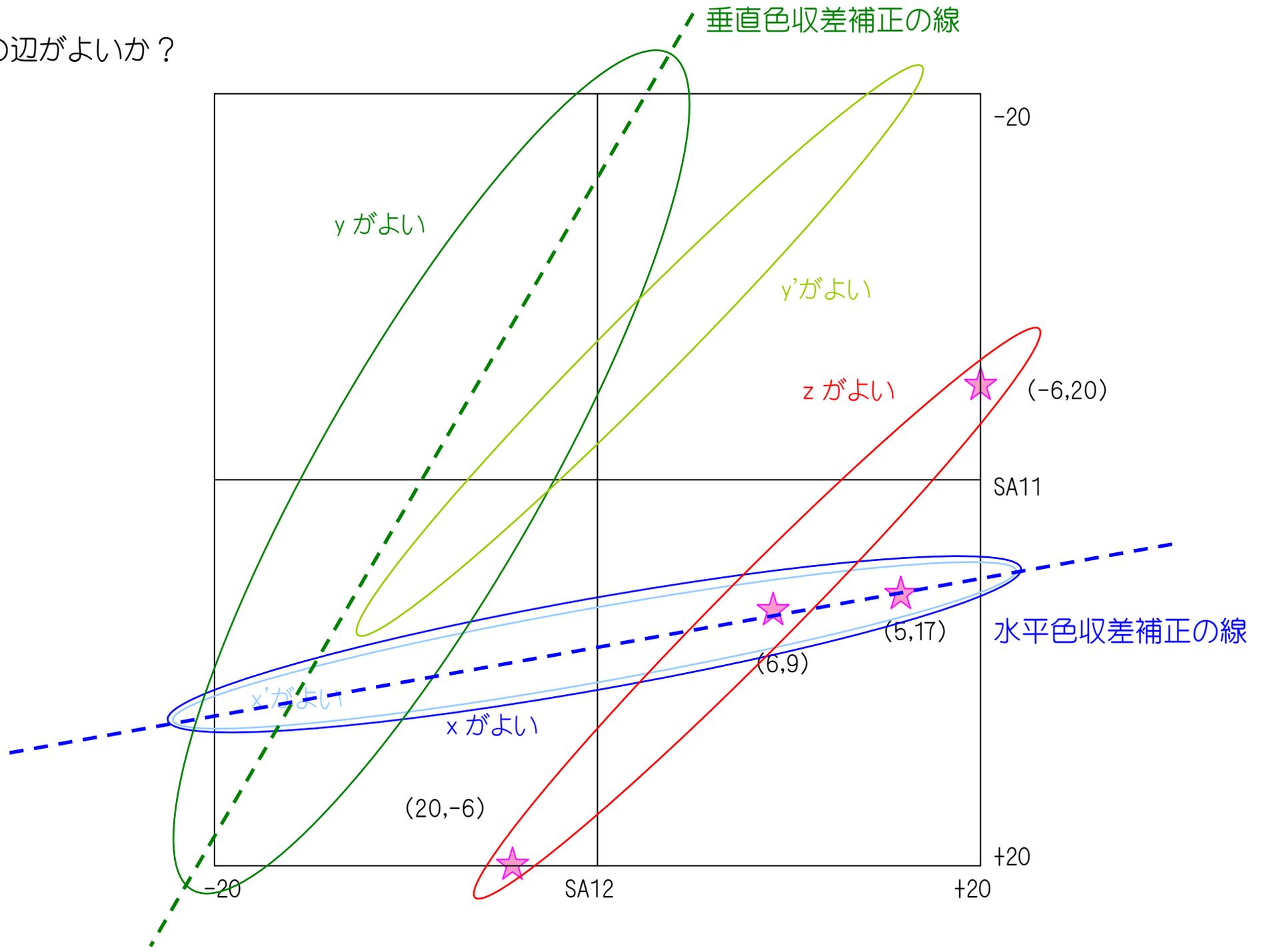


(真面目な分布の場合の半周後) $\text{Sqrt}(\Sigma(z-\langle z \rangle)^2/n)$ 標準偏差

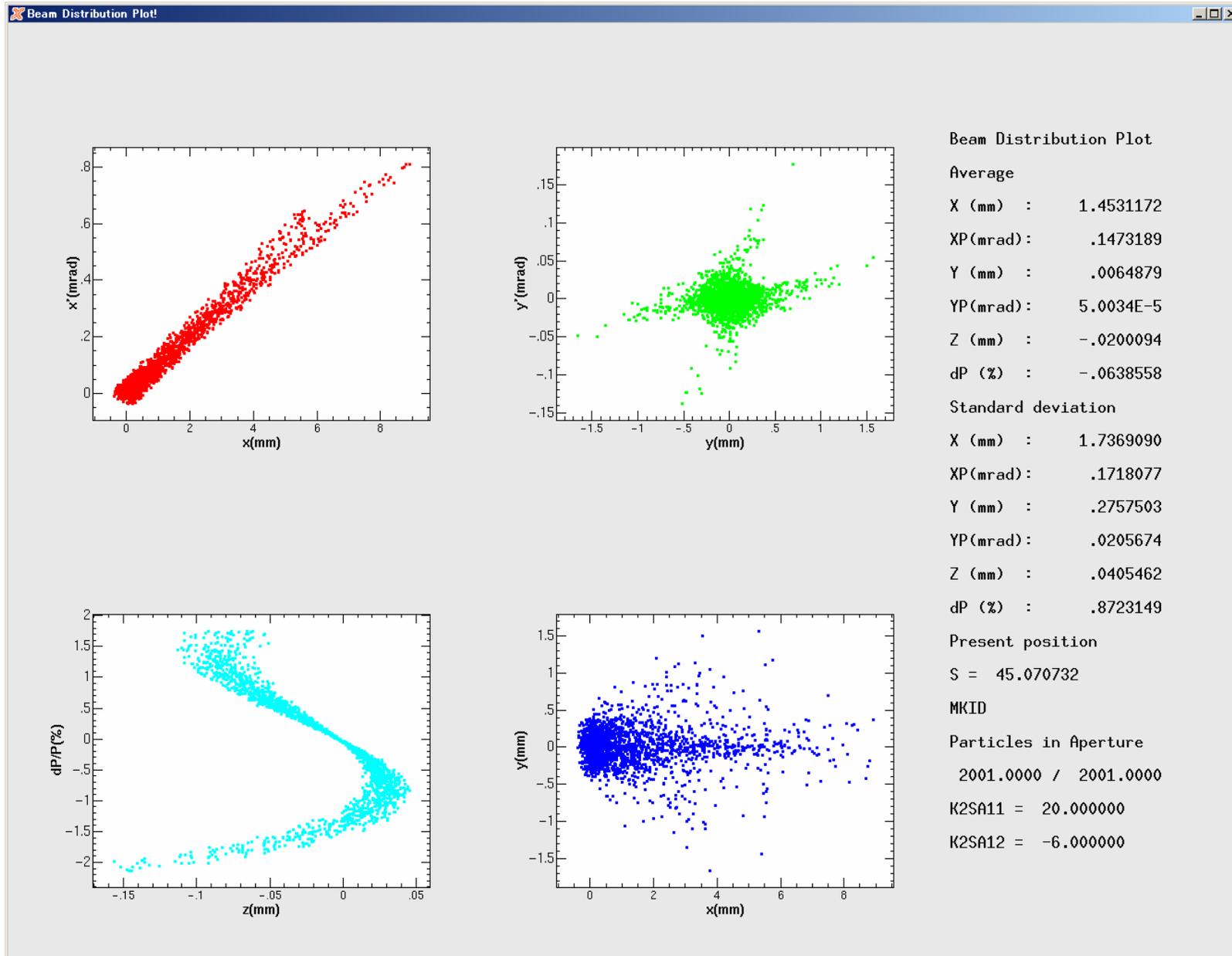




どの辺がよいか？

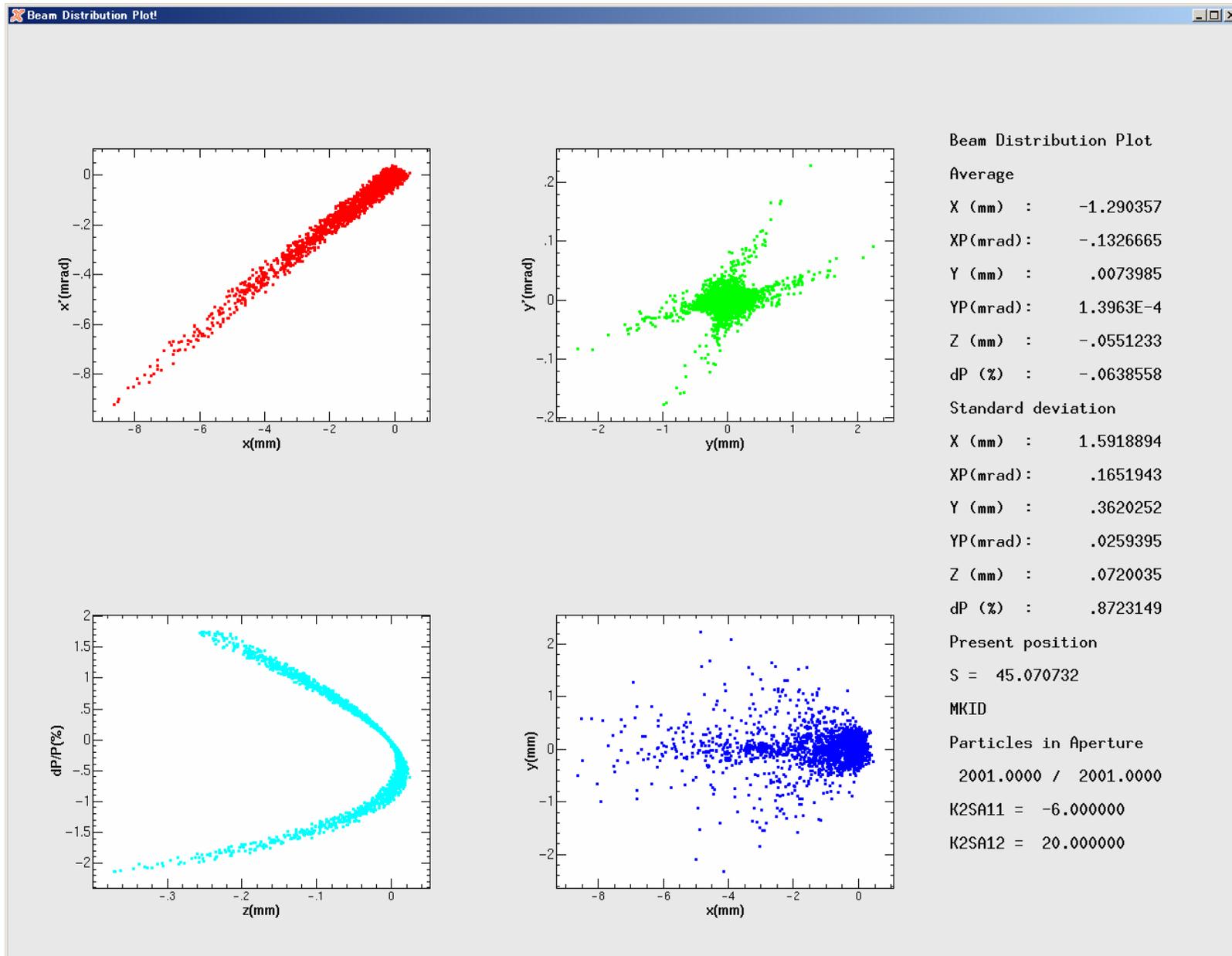


$K_2(\text{SA11})=20$ 、 $K_2(\text{SA12})=-6$ 、 $\text{GCUT}=2$ (σ_z が約 1/8 に減少)



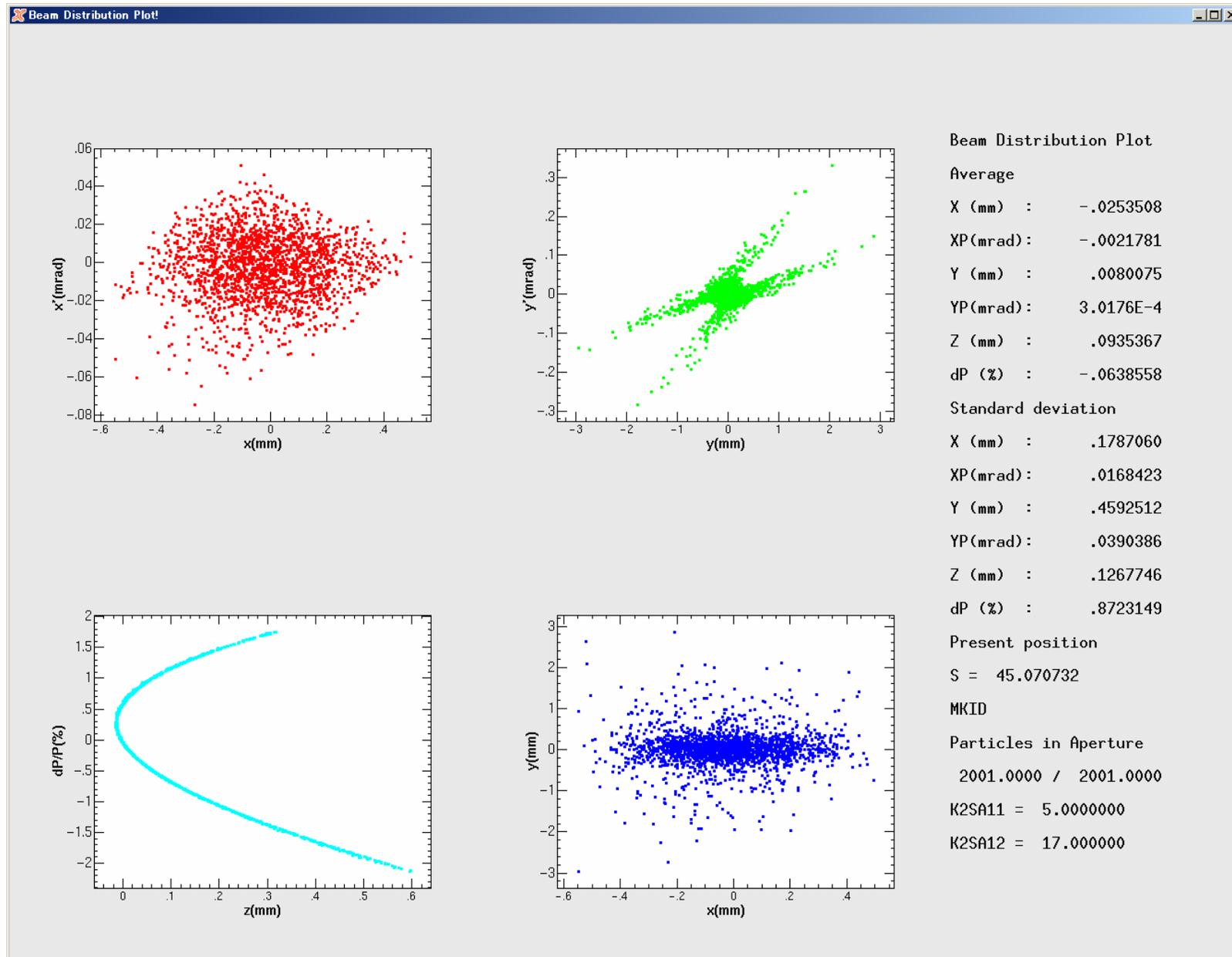
6極無し: $\sigma_x=1.033\text{mm}$ 、 $\sigma_{x'}=0.1018\text{mrad}$ 、 $\sigma_z=0.3249\text{mm}$

$K_2(\text{SA11})=-6$ 、 $K_2(\text{SA12})=20$ 、 $\text{GCUT}=2$ (σ_z が約 1/4 に減少)



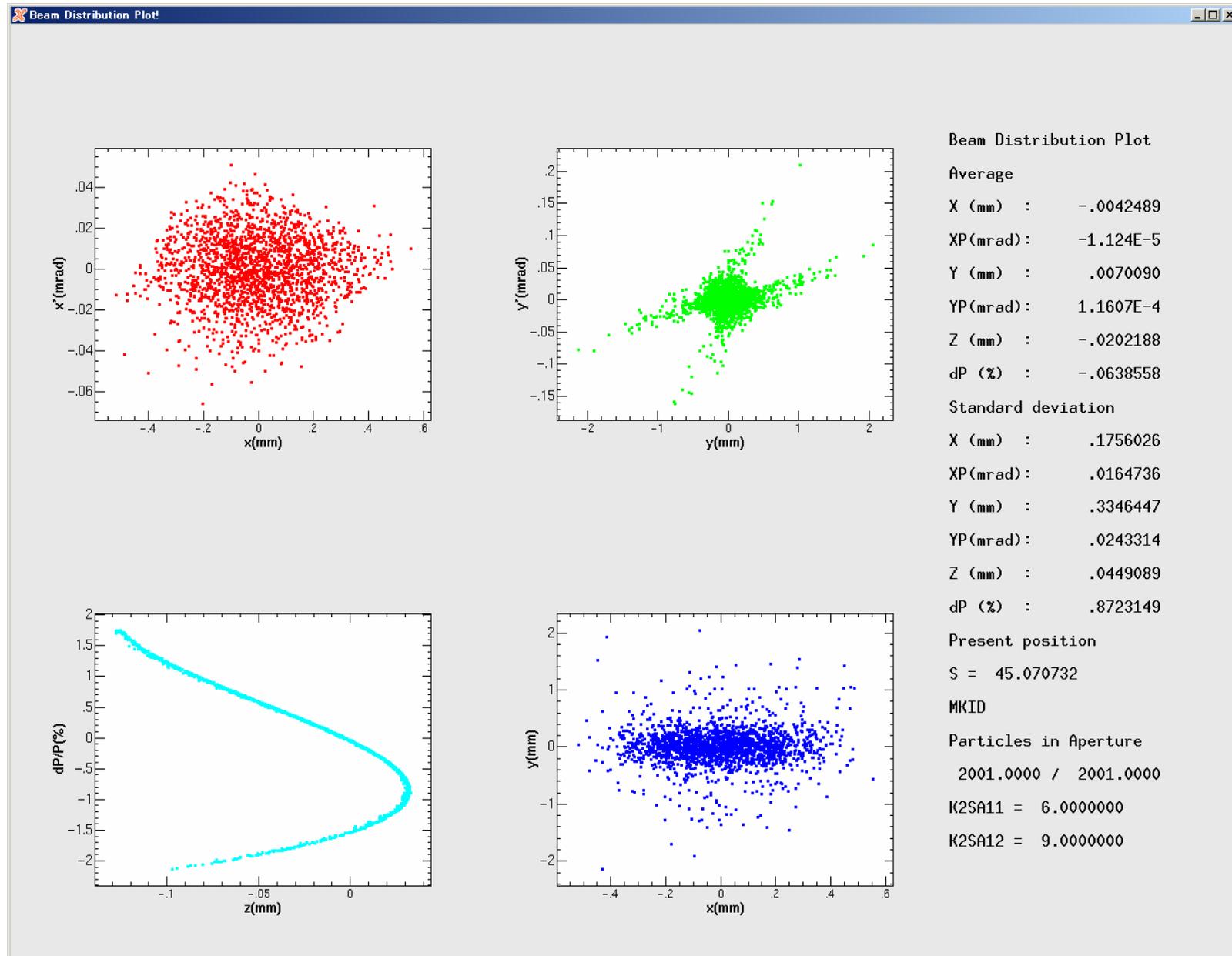
6極無し: $\sigma_x=1.033\text{mm}$ 、 $\sigma_{x'}=0.1018\text{mrad}$ 、 $\sigma_z=0.3249\text{mm}$

$K_2(\text{SA11})=5$ 、 $K_2(\text{SA12})=17$ 、 $\text{GCUT}=2$ (σ_x が約 1/6 に減少)



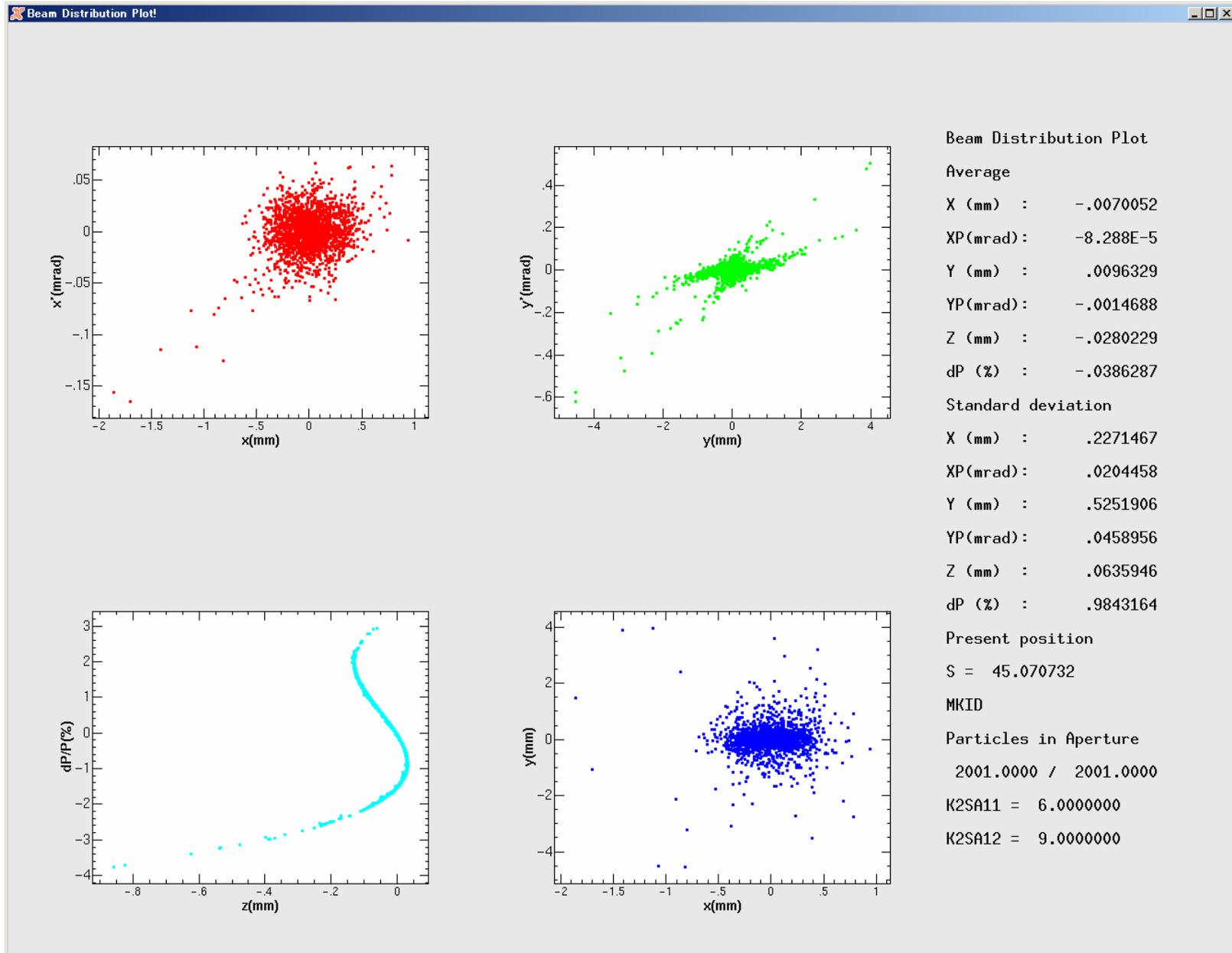
6極無し: $\sigma_x=1.033\text{mm}$ 、 $\sigma_{x'}=0.1018\text{mrad}$ 、 $\sigma_z=0.3249\text{mm}$

$K_2(\text{SA11})=6$ 、 $K_2(\text{SA12})=9$ 、 $\text{GCUT}=2$

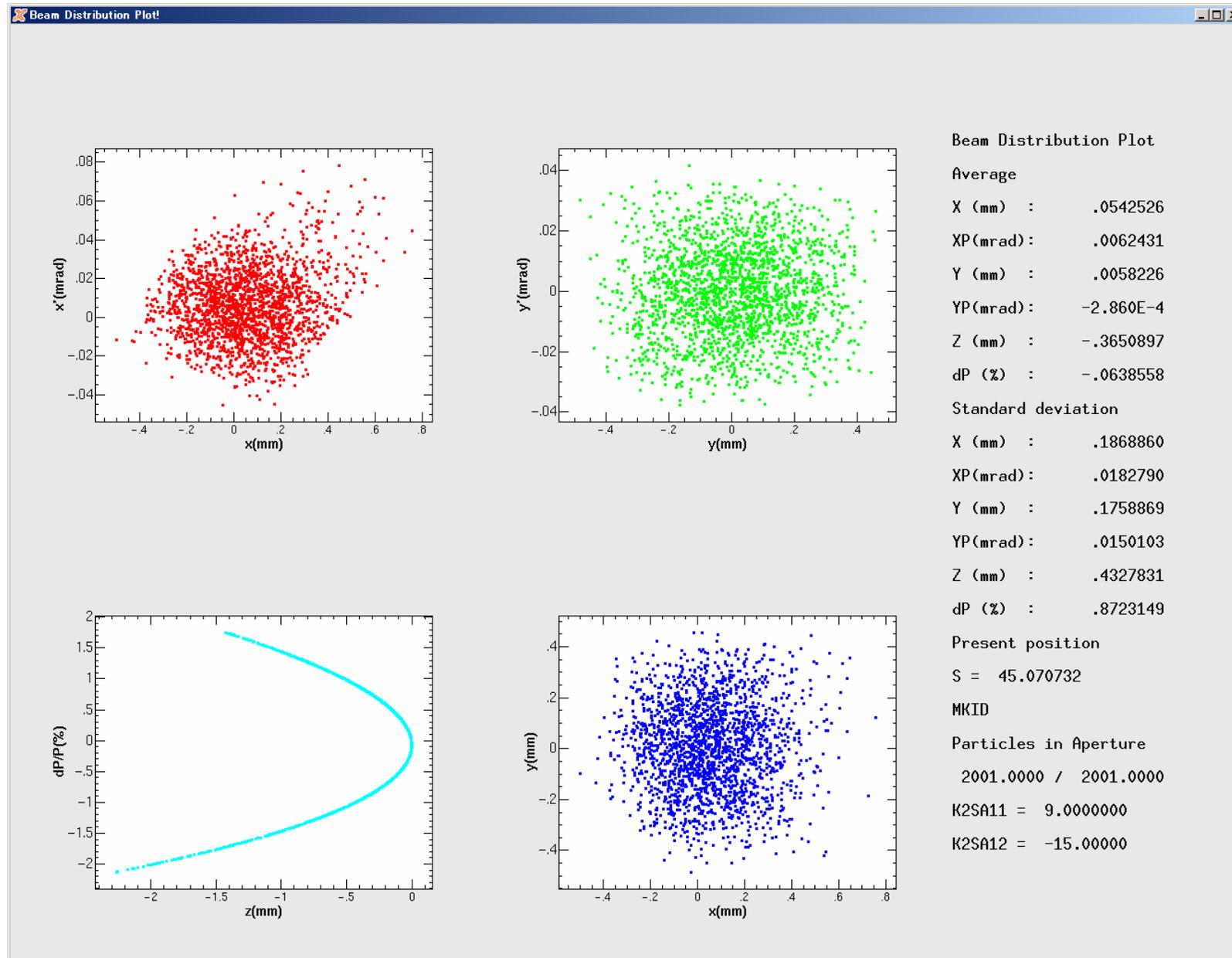


6極無し: $\sigma_x=0.3154$ 、 1.033mm 、 $\sigma_{x'}=0.03180$ 、 0.1018mrad 、 $\sigma_z=0.1032$ 、 0.3249mm

$K_2(\text{SA11})=6$ 、 $K_2(\text{SA12})=9$ 、GCUT やめると、

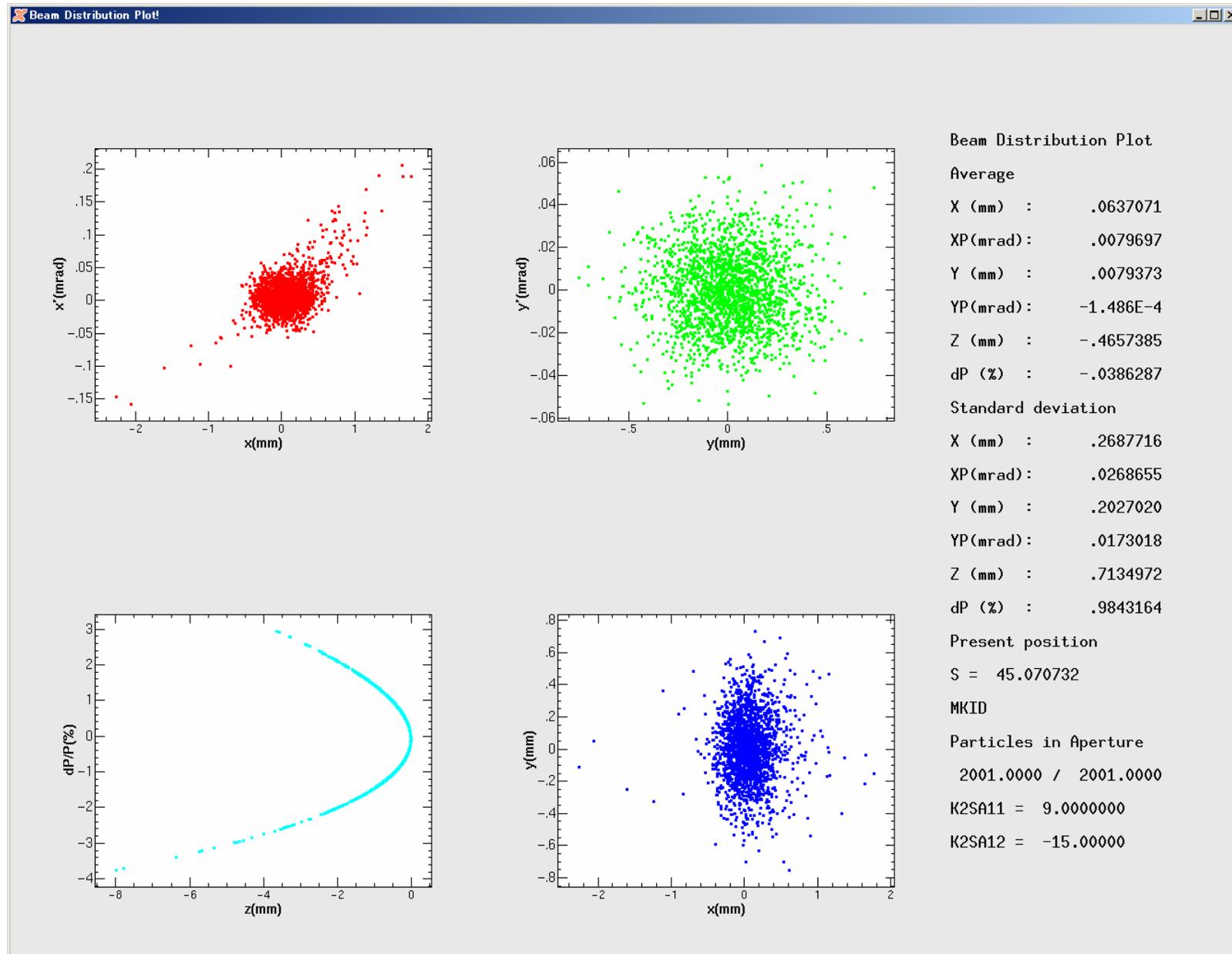


$K_2(\text{SA11})=9$ 、 $K_2(\text{SA12})=-15$ (GCUT=2)

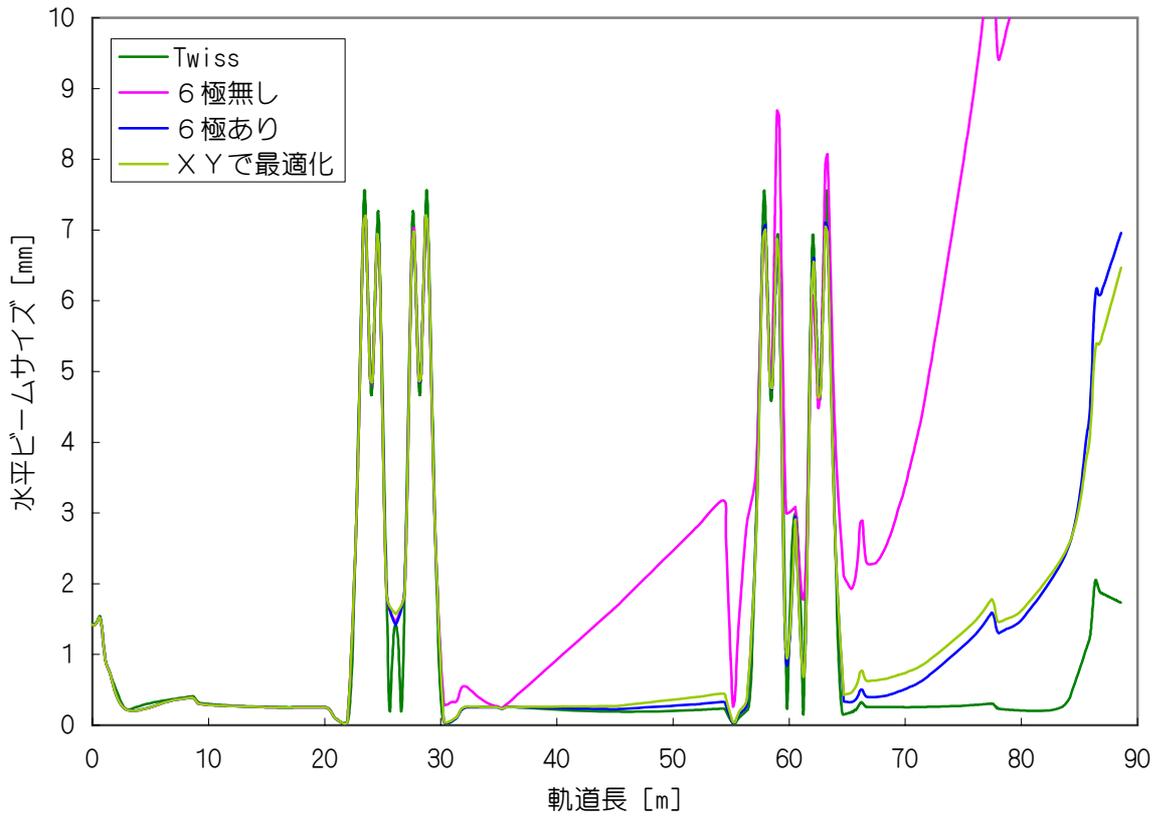


6極無し : $\sigma_x=1.033\text{mm}$ 、 $\sigma_{x'}=0.1018\text{mrad}$ 、 $\sigma_y=0.2125\text{mm}$ 、 $\sigma_{y'}=0.01389\text{mrad}$ 、 $\sigma_z=0.3249\text{mm}$
 XZ で最適化: $\sigma_x=0.1756\text{mm}$ 、 $\sigma_{x'}=0.01647\text{mrad}$ 、 $\sigma_y=0.3346\text{mm}$ 、 $\sigma_{y'}=0.02433\text{mrad}$ 、 $\sigma_z=0.04491\text{mm}$

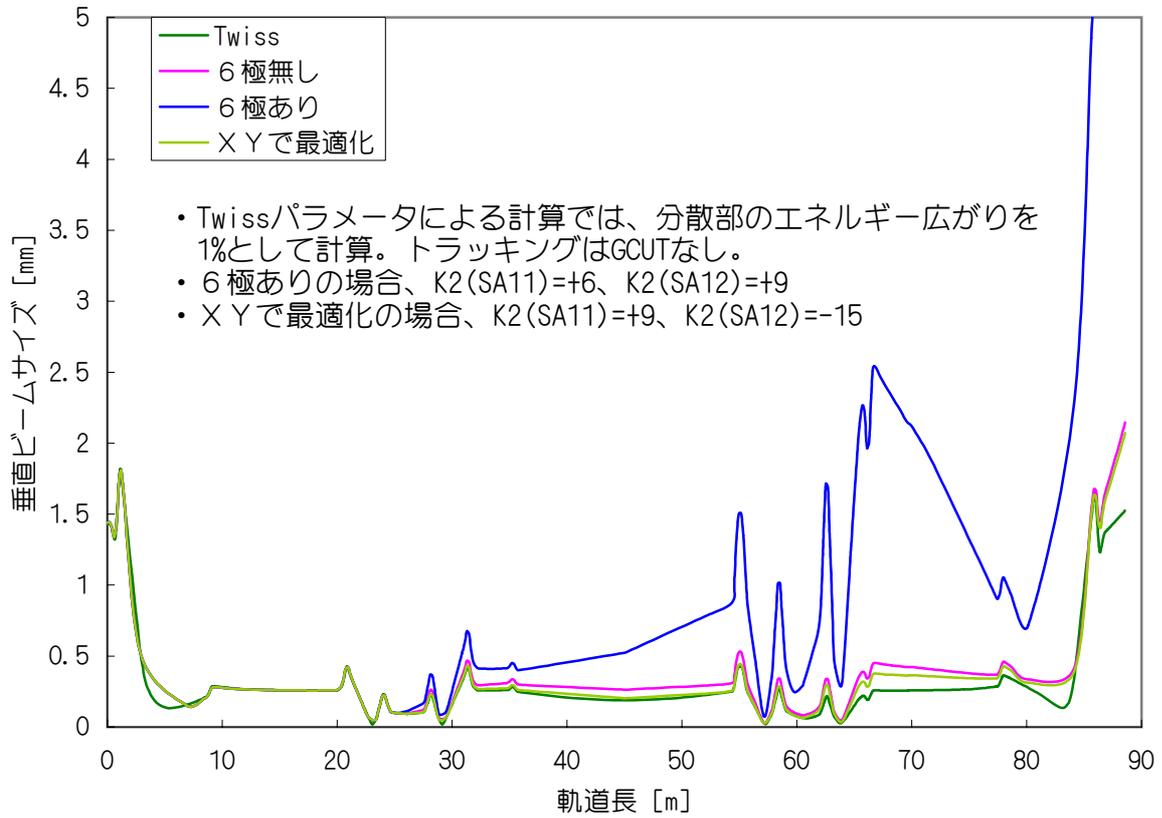
$K_2(\text{SA11})=9$ 、 $K_2(\text{SA12})=-15$ (GCUT なし)



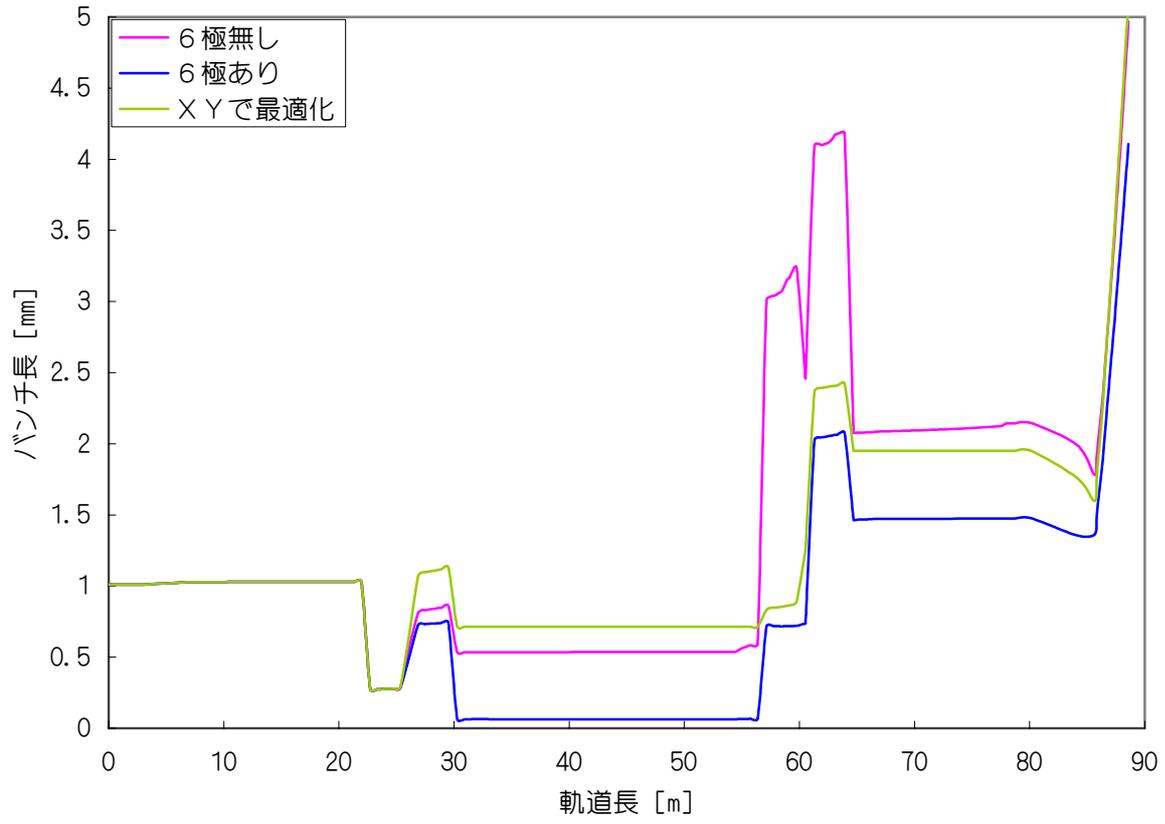
水平ビームサイズ



垂直ビームサイズ



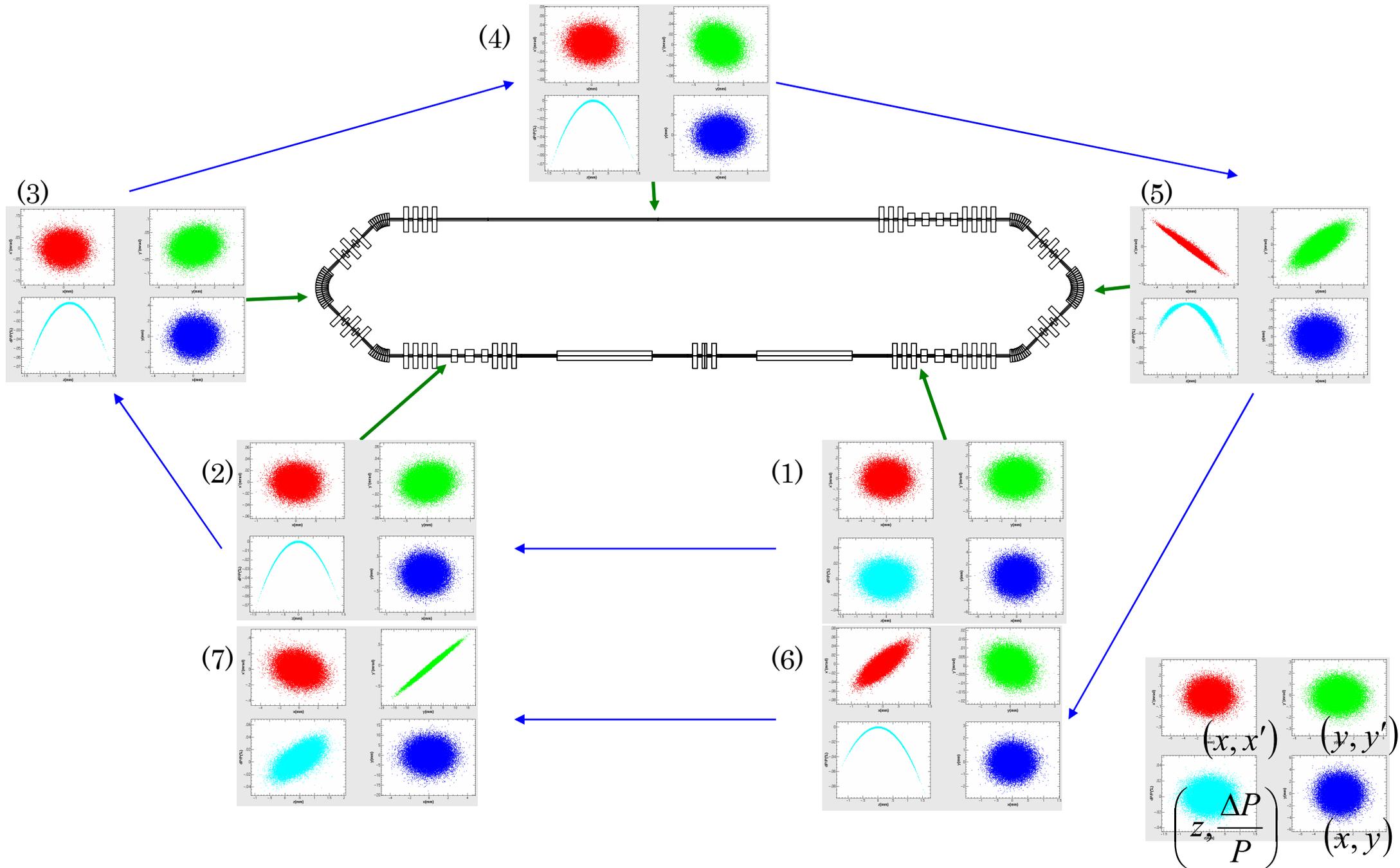
バンチ長



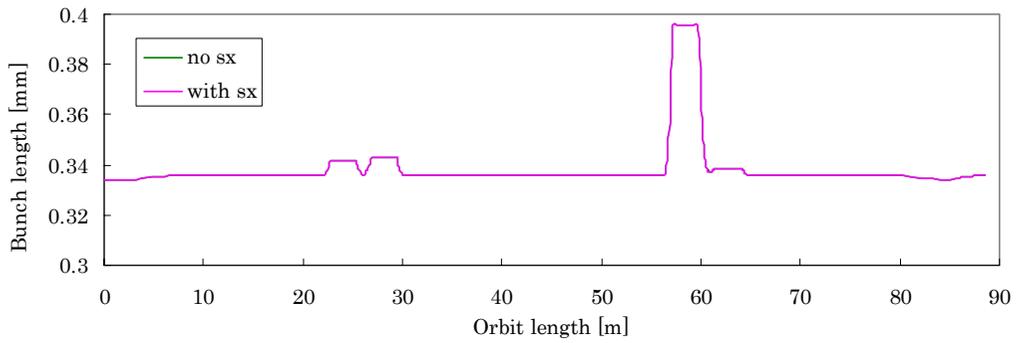
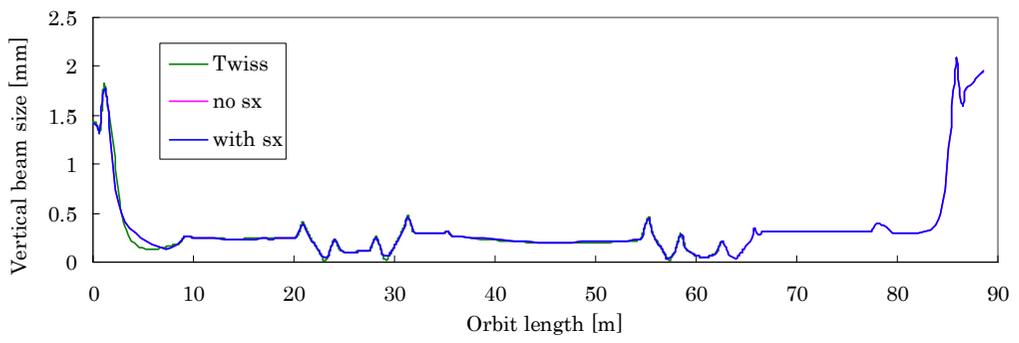
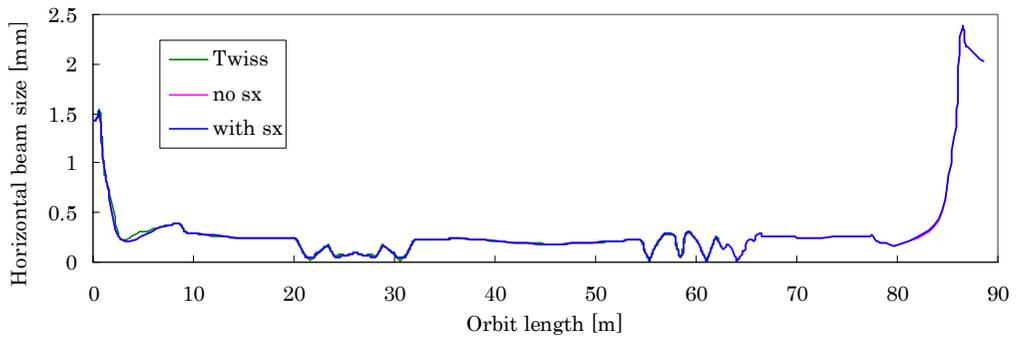
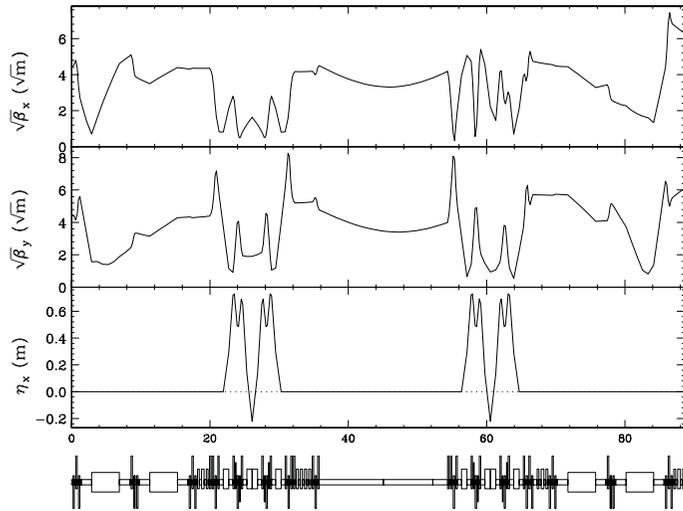
1 周の計算

- バンチ長は約 1ps (300 μ m だが、ミスって 333 μ m で始めてしまった)。
- 6 極あり。
- RF のピークで加速する場合と、70 度で加速する場合の 2 通り計算。
- CSR なし。

その1 $\sigma_z=1\text{ps}$, $\sigma_E=1 \times 10^{-4}$, $\varepsilon_{n_{x,y}}=1\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $20\text{MV/m} \times 4\text{m} \times 2$ modules, flattop($5\text{MeV} \rightarrow 165\text{MeV}$)

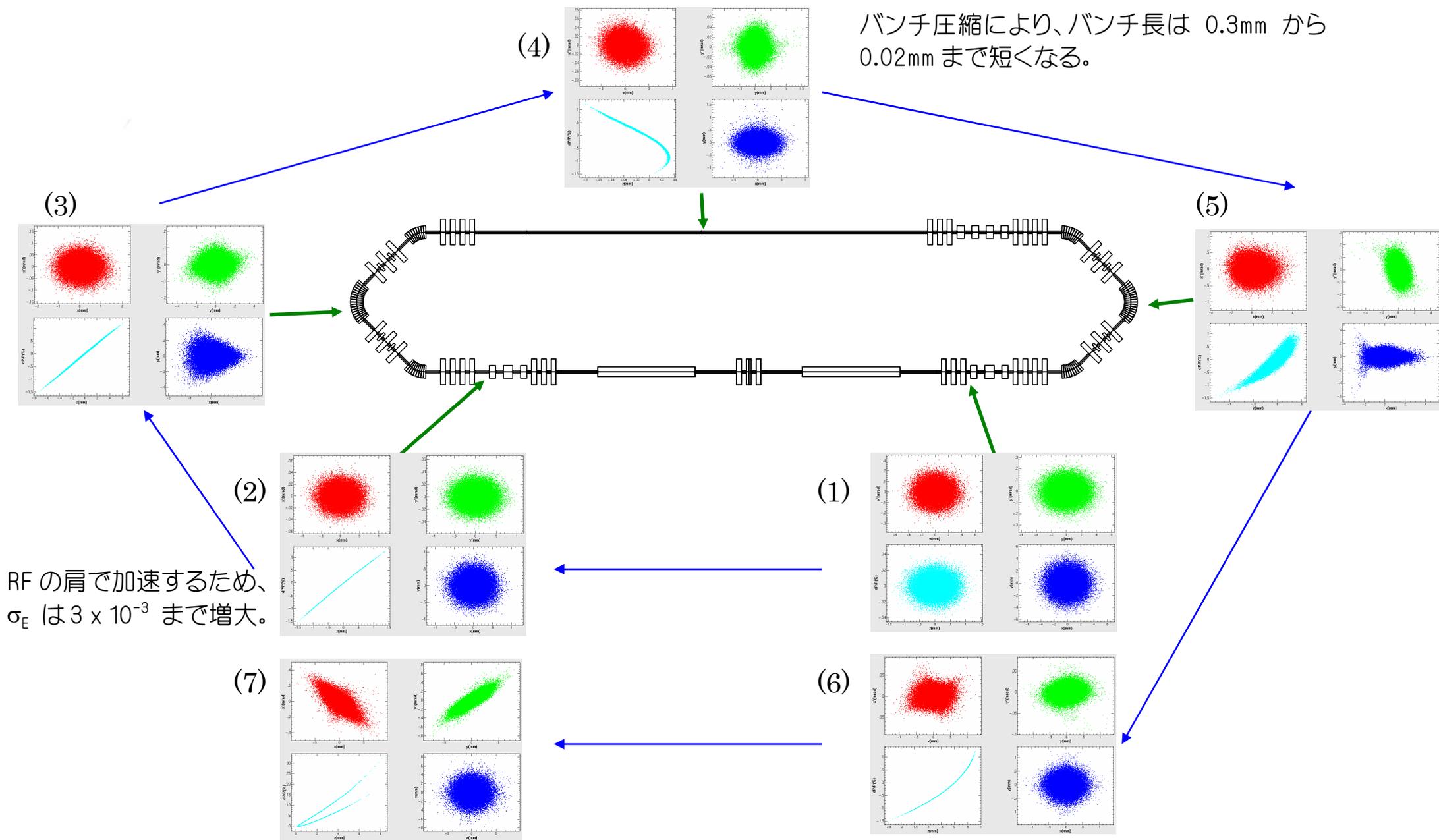


OPTICS AND BEAM SIZE

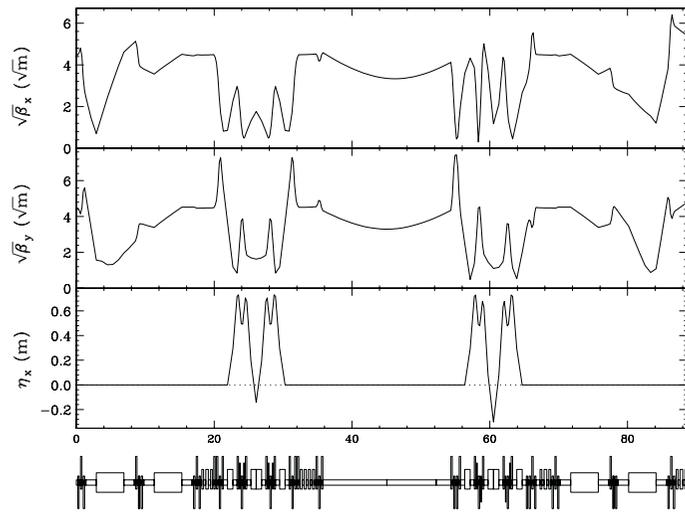


- ▶ バンチ長、エネルギー広がりともに小さい為、高次の効果は効かない。ビームサイズ、バンチ長とも Twiss パラメータで計算した結果と一致する。6極もなくてもよい。
- ▶ 集団効果なしの場合、エミッタンス、バンチ長はほとんど増大しない。バンチのガウス分布も崩れず、ハローも形成されない。

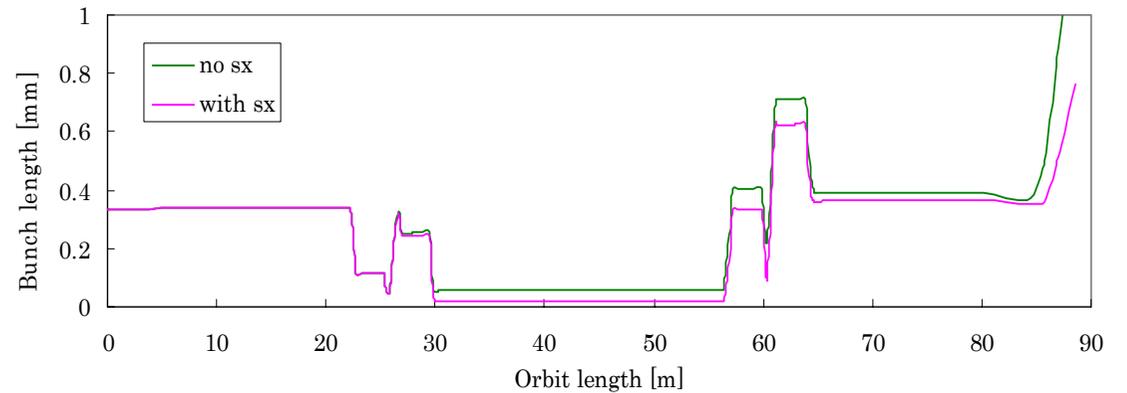
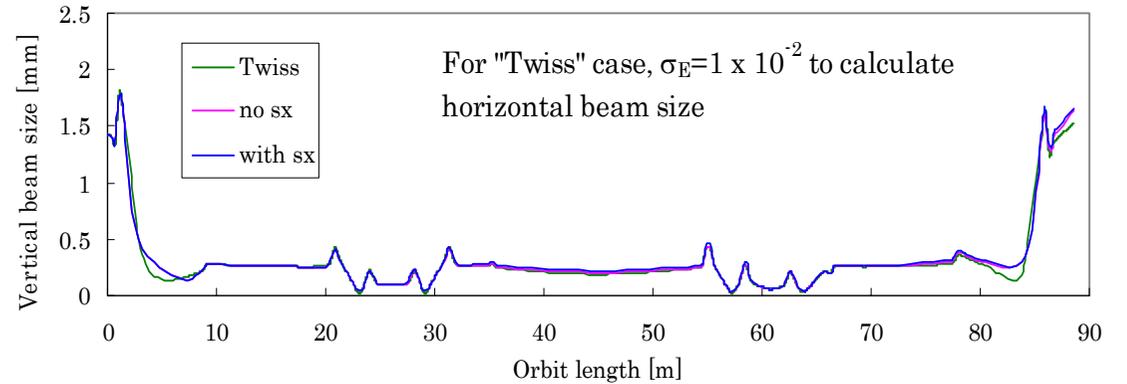
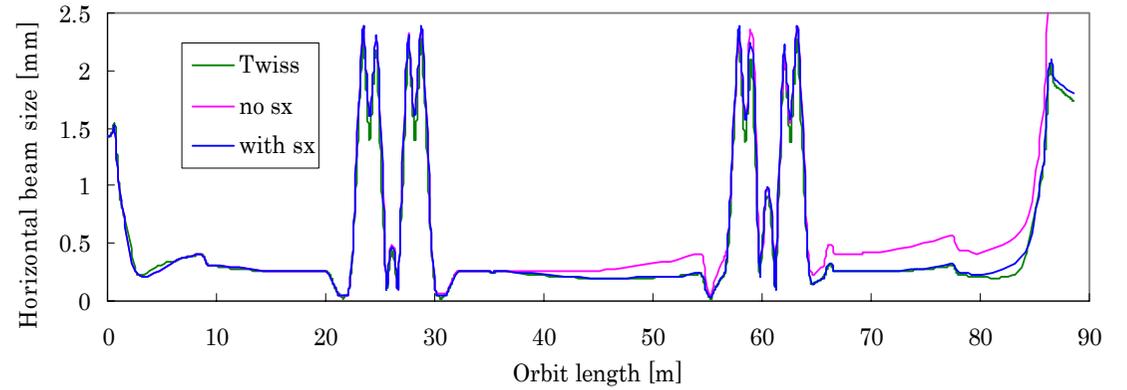
その2 $\sigma_z=1\text{ps}$, $\sigma_E=1 \times 10^{-4}$, $\varepsilon_{n,x,y}=1\text{mm}\cdot\text{mrad}$, $20\text{MV/m} \times 4\text{m} \times 2 \text{ modules}$, $\phi=70\text{degree}$ (5MeV \rightarrow 155MeV)



OPTICS AND BEAM SIZE



- RF の肩で加速するため、加速後の σ_E は 1×10^{-4} から 3×10^{-3} まで増大。
- 6極なしでも見かけ上は標準偏差は小さいが、ビームはガウス分布から大きく崩れ、ハローが形成されている。6極による色収差補正は必須。

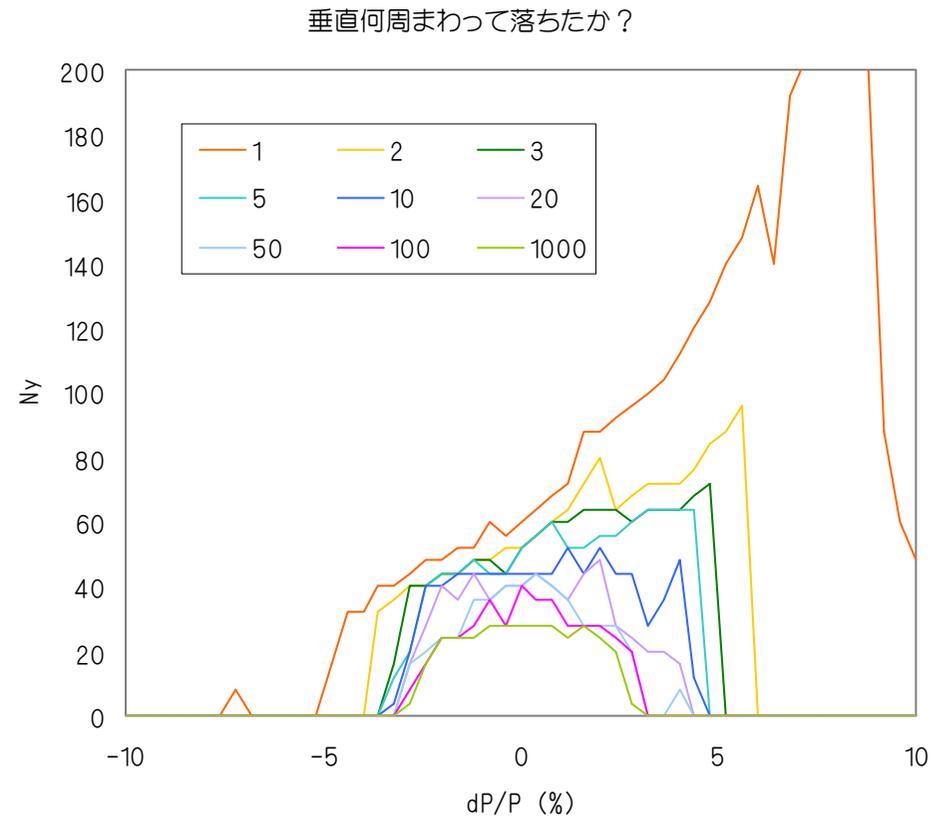
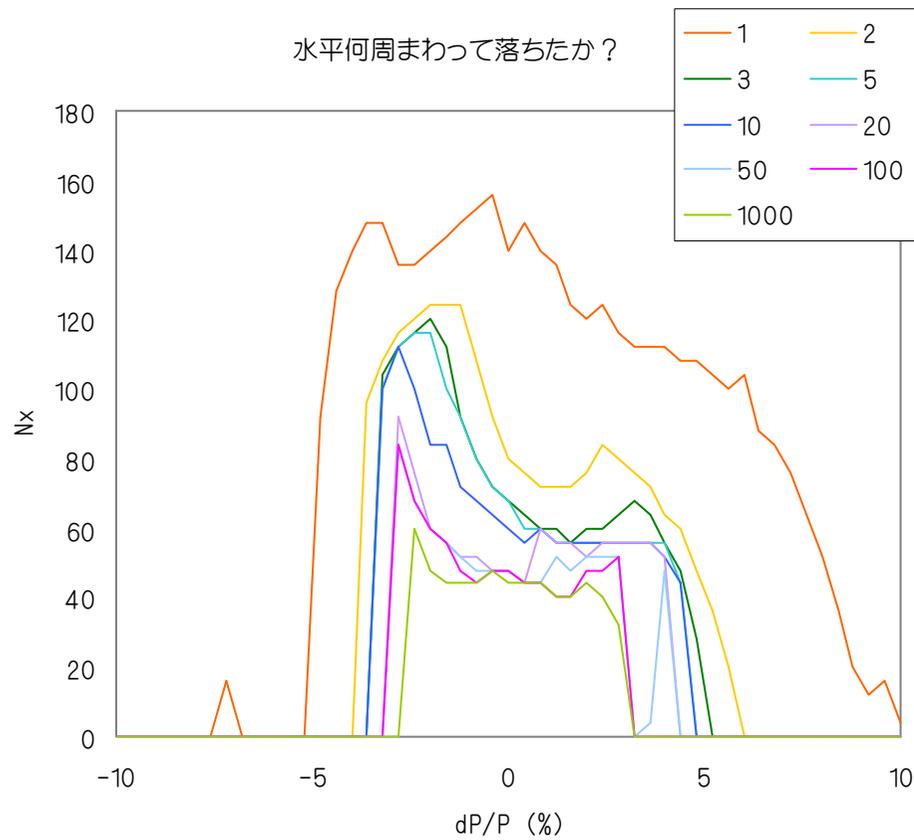


ビームの安定性と“ダイナミックアパーチャ”

- (注:1ps のビームを RF の頂上で加速する場合はほとんど気にならない。)
- 蓄積リングではダイナミックアパーチャが広いことが重要である。アパーチャ内の粒子はビーム力学的に安定に周回し、アパーチャから外れるとビームロスに繋がる。
- 周回部の場合はビームが1回しか通らないのでアパーチャは広そうだが、バンチ長が長い場合はエネルギー方向のアパーチャがとても厳しい。
- PF リングの場合、「ダイナミックアパーチャ(安定領域)」の2倍程度の広さの「1周はまわる」領域が存在する。
- 周回部の場合、これが「安定に1周まわる」領域と、「なんとか1周まわる」領域に変わるだけで、イメージとしては似ているのではなかろうか。(こじつけ??)
- コアが安定領域にあれば、裾が薄く広く膨れるだけで大部分は安定なまま周回するが、ビームハローとなった粒子は失われる可能性がある。

- 周回部の最適化はビーム品質を維持した上で安定領域を拡大することであり、それはリングのダイナミックアパーチャを広げる為の設計指針と同じである。すなわち、自然色収差をできるだけ小さくし、それを補正するための6極の強さも小さく抑えることが重要である。

PFリングのダイナミックアパーチャ (どうしてもアナロジーしたいという信念に基づくこじつけか??)

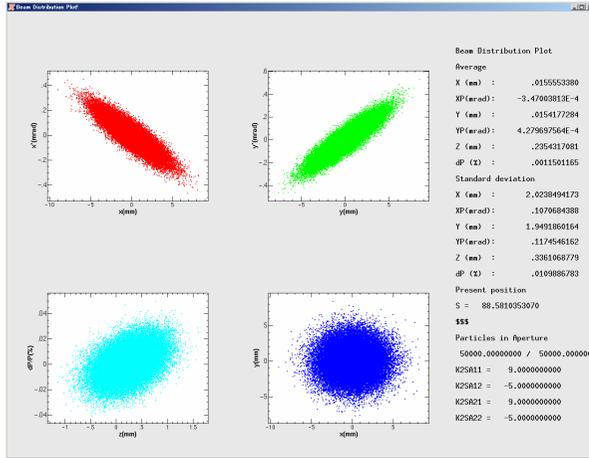


- 縦方向の物理アパーチャ(バケットハイト)を広げるため、便宜上の RF 電圧を 1.7MV→10MV (DP/P 1.18%→3.41%)とした。(振幅アパーチャ入れていないが、例えば片幅 10cm 超えたらロスとして計算しても結果はほとんど変わらない。)
- 当然ながら「1周まわる」範囲はダイナミックアパーチャよりも相当広いが、安定域と不安定域の境界は急峻である。

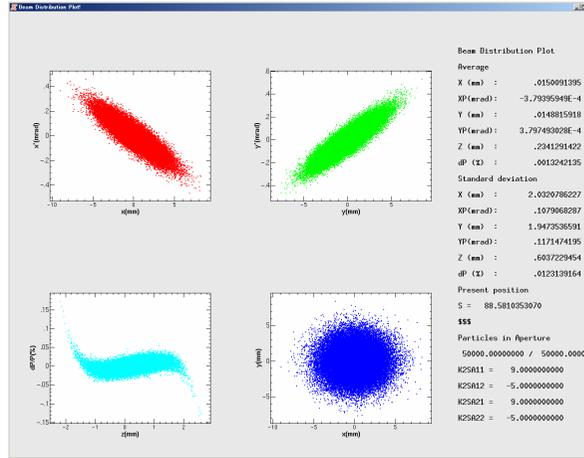
周回部の“アパーチャ”

- 周回部は1度しかビームは通らないが、安定域と不安定域がはっきり分かれる。
- 例えば、RF の頂上で加速した場合の1周後を見ると、

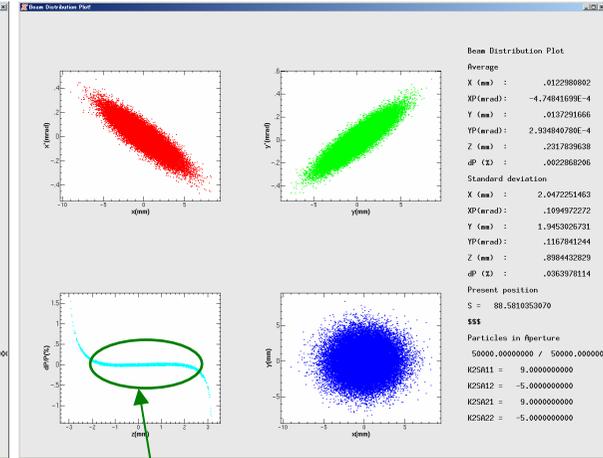
$I_z \text{ ini} = 0.3 \text{ mm}$



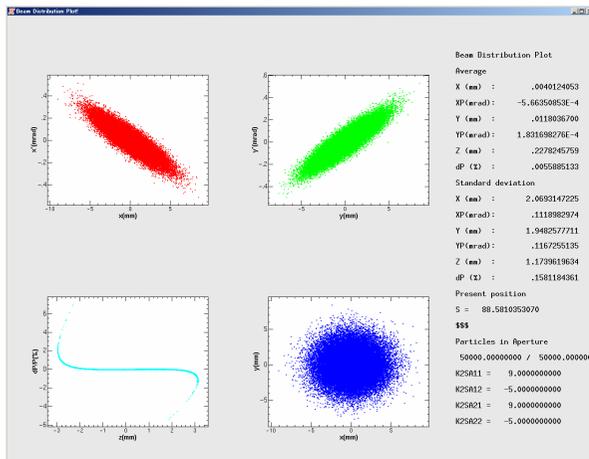
$I_z \text{ ini} = 0.6 \text{ mm}$



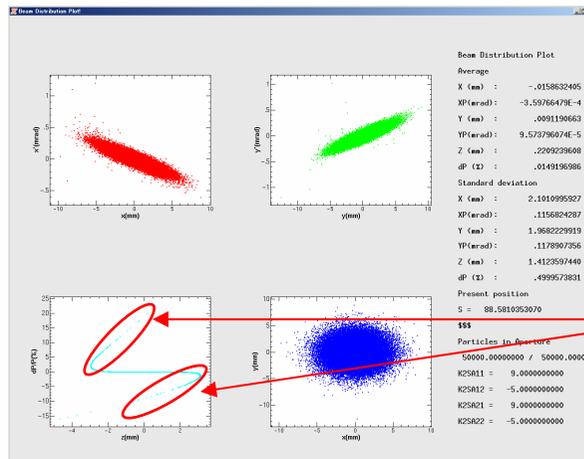
$I_z \text{ ini} = 0.9 \text{ mm}$



$I_z \text{ ini} = 1.2 \text{ mm}$



$I_z \text{ ini} = 1.5 \text{ mm}$



安定領域

ビームハロー

……その様な設計をすべきであるが、とりあえず別のトピックへ進んで、次回以降、設計の詰めに戻りたい。

テラヘルツ放射の見積もりについて

- 偏向電磁石からのテラヘルツ放射の光軸上の光速密度を、自由空間でのCSRの式に当てはめて計算してみる。遮蔽の効果はなし。

coherent 放射のパワーは、incoherent な放射パワー P_{incoh} を使って、

$$P_{coh} = (1 + (N - 1)f(\omega))P_{incoh}$$

と書ける。ここで、

$$P_{incoh} = \frac{3e^2\gamma^2}{16\pi^3\epsilon_0c} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 BesselK_{\frac{2}{3}}(\xi) \text{ [Watt/rad}^2\text{/unit frequency]}$$

ただし、 $\omega_c = \frac{3c\gamma^3}{2\rho}$ 、 $\xi = \frac{\omega}{2\omega_c}$ 、 γ はローレンツ因子、 ϵ_0 は真空中の誘電率、 e は電子の電荷で c

は光速である。また、バンチ内の電荷分布を $S(z)$ として、

$$f(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega \frac{\vec{n} \cdot \vec{z}}{c}} S(z) dz \right|^2$$

と書ける。

これはガウス分布の場合、

$$f(\omega) = e^{-\left(\frac{\omega\sigma_z}{c}\right)^2} = e^{-\left(\frac{2\pi\sigma_z}{\lambda}\right)^2}$$

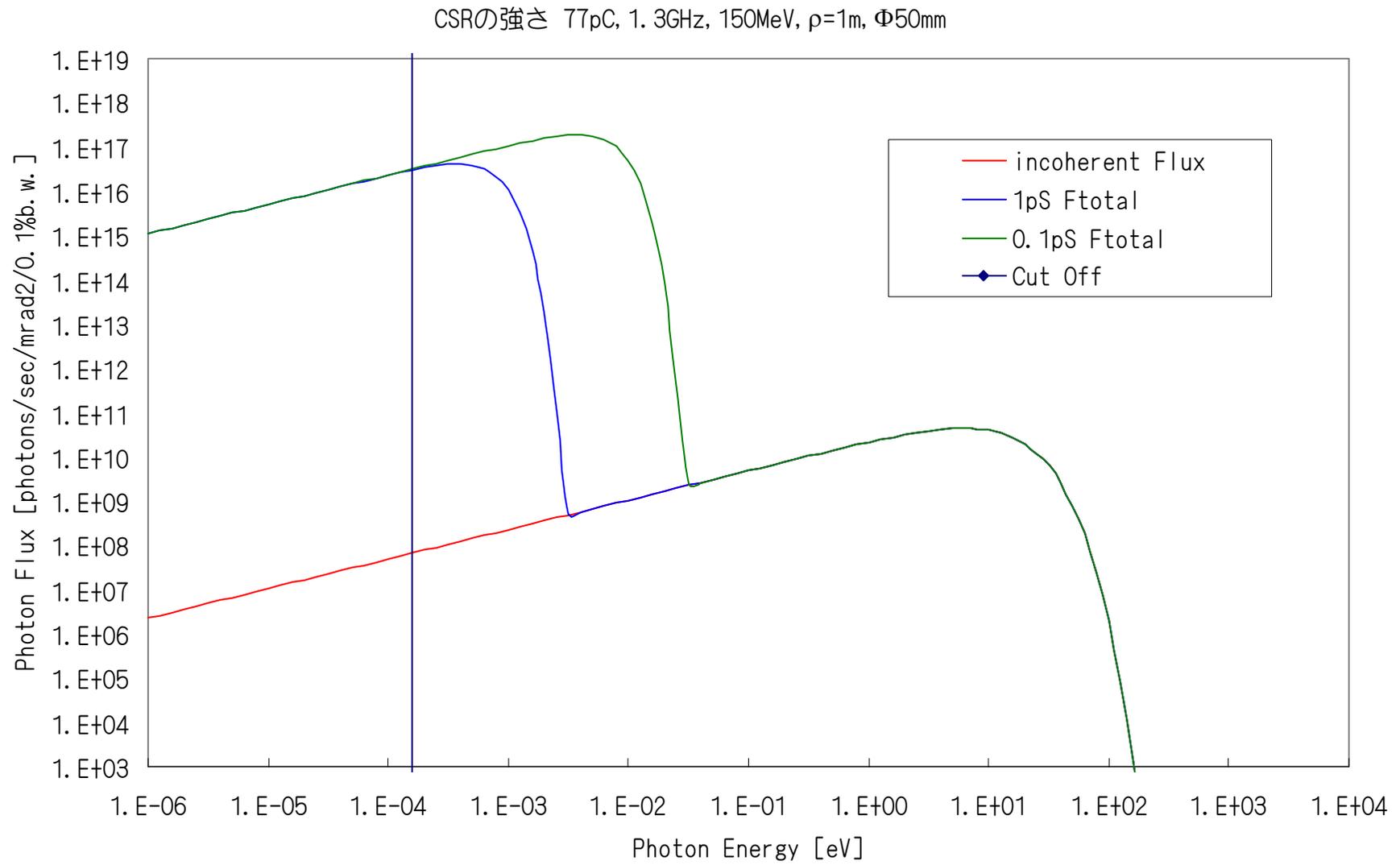
である。

光束に直す場合、光子のエネルギーで割ると photons/sec になり、全粒子数をかければ光束密度になる。(実際にはさらに unit frequency から 0.1% bandwidth にするのに 10^{-3} 、 rad^2 を mrad^2 にするのに 10^{-6} をかける。)

$$F = \frac{1}{h} NP \quad (\cdot 10^{-9}) [\text{photons/s/mrad}^2/0.1\% \text{ band width}]$$

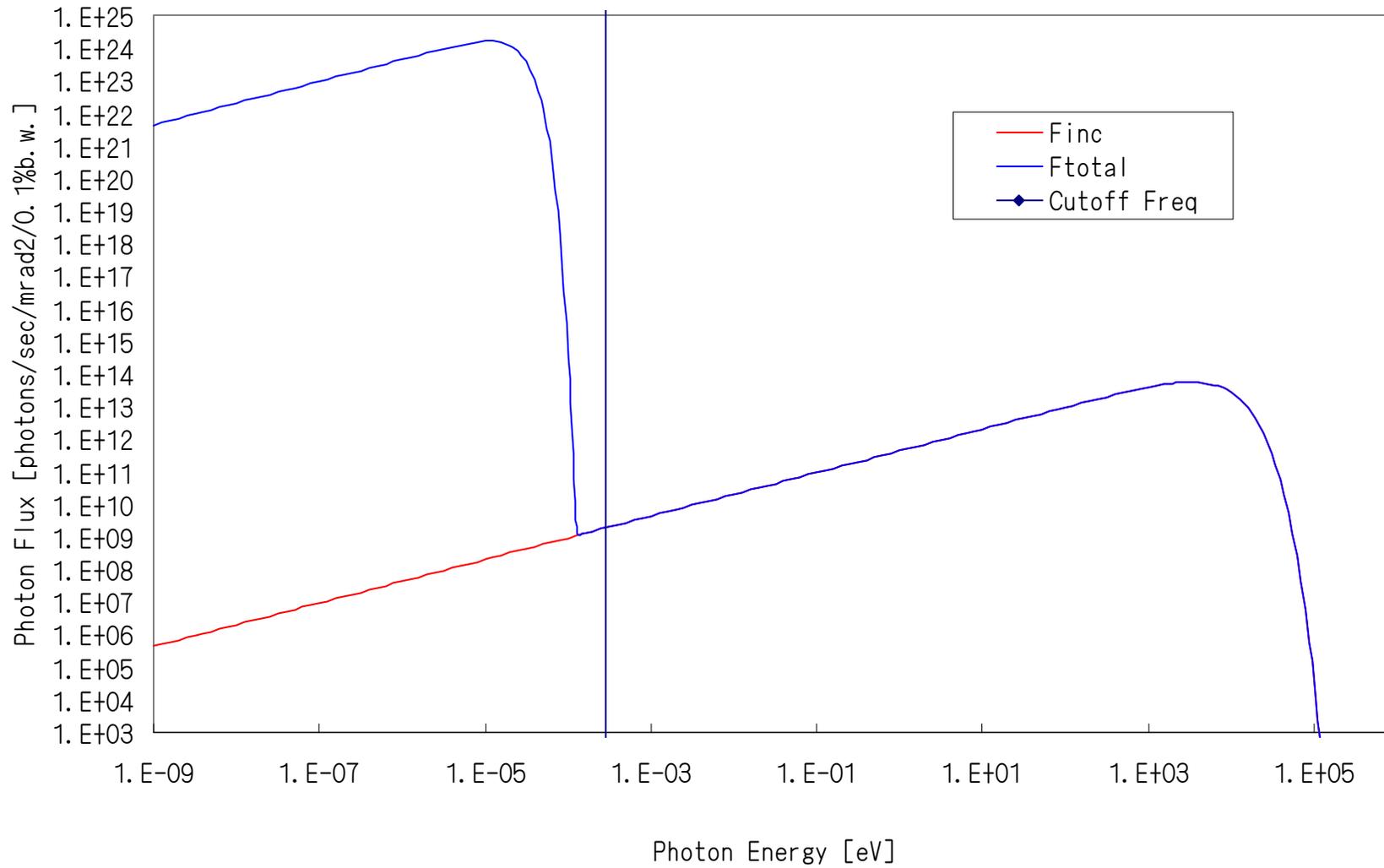
(mathematica に式をそのまま入れて計算した。)

結果



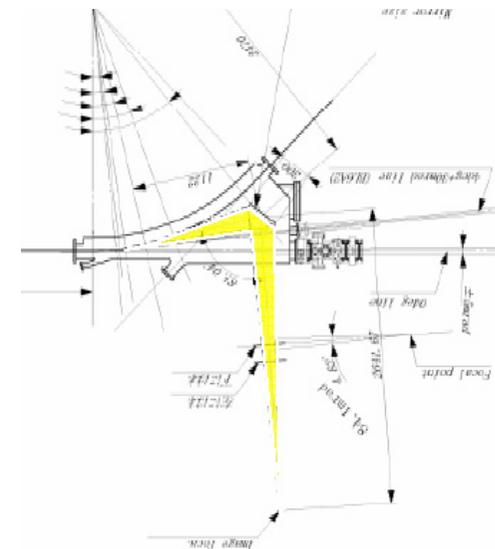
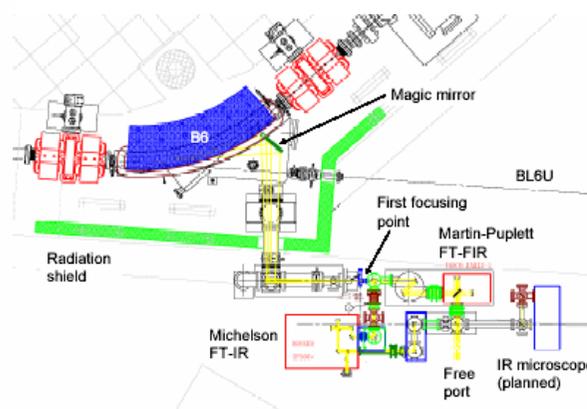
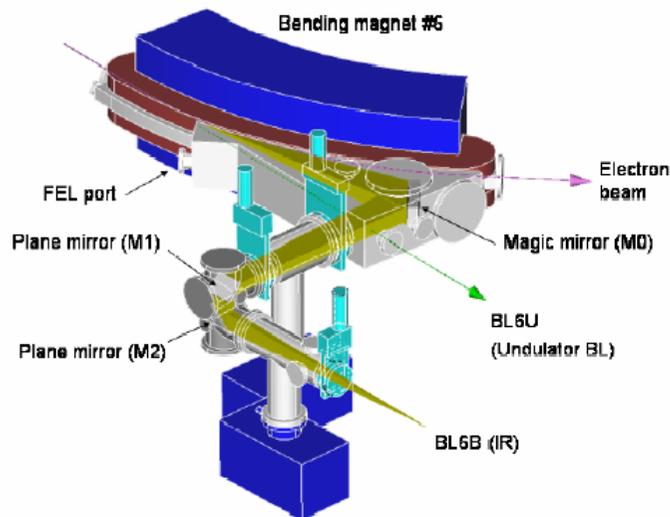
ちなみに PF の場合

PFのCSRの強さ 450mA, 280bunch, $\rho=8.6\text{m}$, $\Phi 70\text{mm}$



テラヘルツ放射メモ

- ちゃんとした計算は、リングの仕事の手が空いている時に挿入光源かチャンネルグループの人に依頼した方が、間違いや常識外れにならずに済むと思う。
- ガンマが小さいので、光軸を外れてもかなりの広がり(放射角)に渡って強い。
- 放射光は一般に光軸上を外れれば楕円偏光・円偏光になるが、その様な円偏光の遠赤外放射が十分に実用になる。
- 黒体輻射やジャイロトロンなどの光源に比べて非常に高価である。直線偏光の全光束としてはそれらで十分である(そっちの方が強い)ため、第3世代X線源的な利用をしないと意味がないらしい。(円偏光、コヒーレンスや短パルスを活用。)
- 国内では UVSOR の BL6A1(高度化で BL6B にアップグレード)、SPring8 の BL43IR、福井大学の遠赤外センターが有名のようである。
- UVSOR の BL6B では、Bのダクトの中に直接大きな鏡が入っているみたい。



引用:UVSOR の WEB で BL6B の紹介の pdf からコピー(左の2図)、分子研研究会「赤外放射光の現状と将来計画」の木村先生発表の OHP からコピー(一番右、ちなみにこの OHP は非常に分かりやすい！)

CSR の効果について

- 原理や式の中身はほとんど理解していないが、島田さんの論文に書いてある内容を追ってみる。

M. Shimada, K. Yokoya, T. Suwada and A. Enomoto,

“Lattice and beam optics design for suppression of CSR-induced emittance growth at the KEK-ERL test facility”,

NIMA, 2007年3月号? (“In progress”からもダウンロード可能。または KEK Preprint2006-67)

CSR の式

デルベネフの公式

$$\frac{dE}{dz} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{2Ne^2}{(3\rho^2\sigma_z^4)^{\frac{1}{3}}} G\left(\frac{z}{\sigma_z}\right)$$

ただし、

$$G(x) = \int_{-\infty}^x \frac{d\xi}{(x-\xi)^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial}{\partial \xi} e^{-\frac{\xi^2}{2}} = \int_{-\infty}^x \frac{-\xi e^{-\frac{\xi^2}{2}}}{(x-\xi)^{\frac{1}{3}}} d\xi$$

これを計算する。

この式では、CSR によるエネルギー変化は、

ビームのエネルギーに因らない

バンチ電荷に比例

バンチ長や曲率半径の変化に対してはスケールリングで計算できる。

注 : Mathematica 様の御託宣によると、

この積分は、クンマーの合流型超幾何関数を

$${}_1F_1(\alpha, \gamma, x) = \lim_{\beta \rightarrow \infty} F\left(\alpha, \beta, \gamma; \frac{x}{\beta}\right) = 1 + \frac{\alpha}{\beta}x + \frac{\alpha(\alpha+1)}{1 \cdot 2 \cdot \beta(\beta+1)}x^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha+1) \cdots (\alpha+n-1)}{1 \cdot 2 \cdots n \cdot \beta(\beta+1) \cdots (\beta+n-1)}x^n + \cdots$$

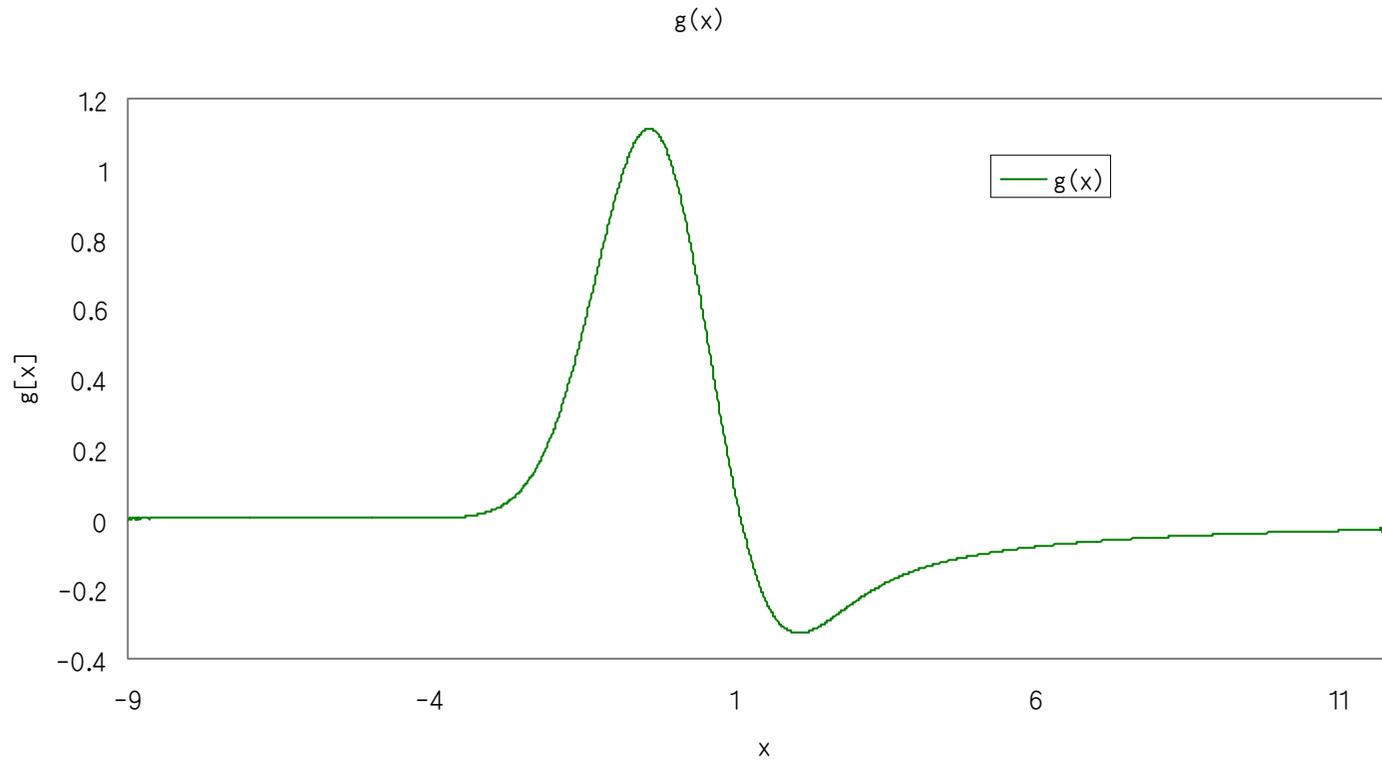
として、

$$G(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{2^{\frac{2}{3}}} {}_1F_1\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{x^2}{2}\right) - \frac{x\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)}{2^{\frac{2}{3}}} {}_1F_1\left(\frac{7}{6}, \frac{3}{2}, -\frac{x^2}{2}\right) & \text{for } x < 0 \\ \frac{\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{2^{\frac{1}{6}}} & \text{for } x = 0 \\ \frac{2^{\frac{5}{6}}\pi}{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)} {}_1F_1\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{x^2}{2}\right) - \frac{x\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)}{2^{\frac{2}{3}}} {}_1F_1\left(\frac{7}{6}, \frac{3}{2}, -\frac{x^2}{2}\right) & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

と解けるらしい。

それはそれとして……

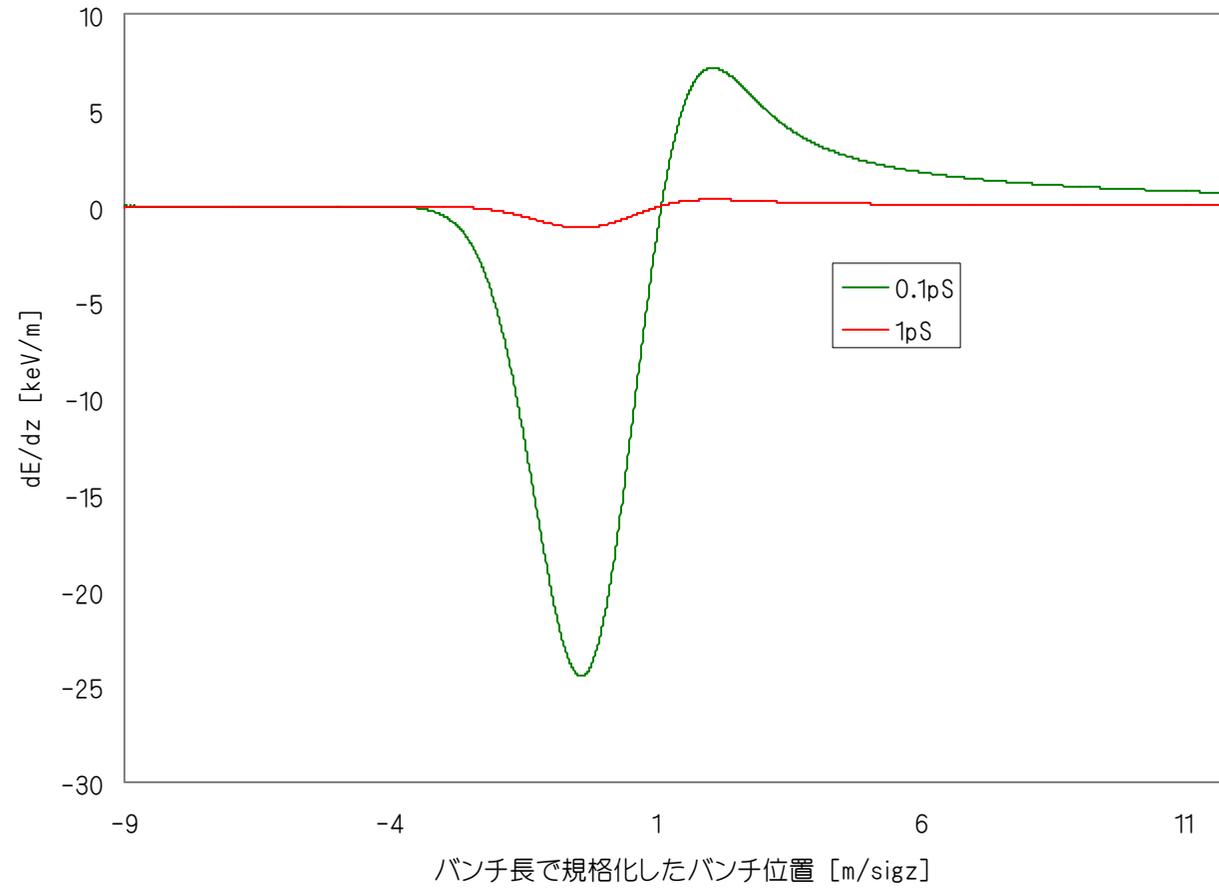
まずは計算 (mathematica による)



x を大きくしていくと振動を始めるので $x=9$ か 10 くらいが上限。あとはゼロでよからう。spline fit や多項式 fit で計算する場合、手動で裾をゼロにしないと、計算上、嘘の大キックを与えて、粒子の分布にヒゲが伸びてビームロスする。

ポテンシャルの大きさの例

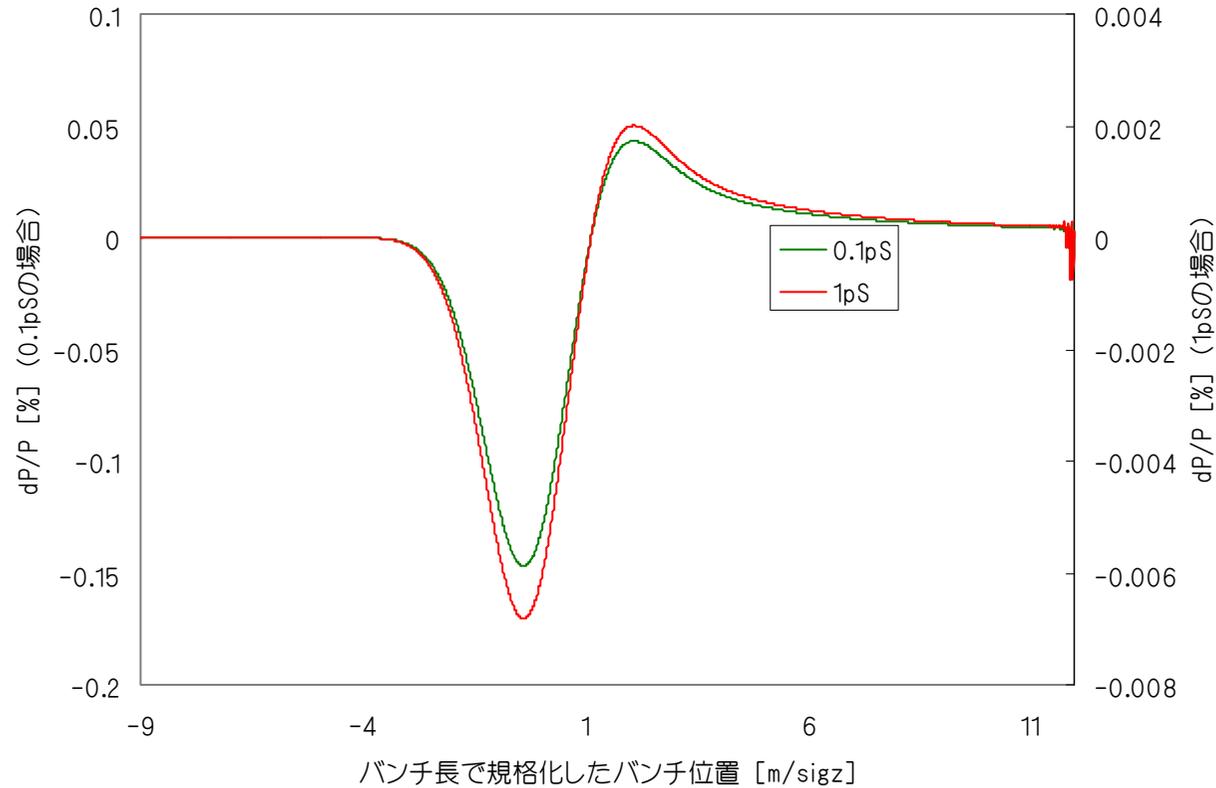
CSRポテンシャル ($\rho=1\text{m}$, 77pC)



いくつかの文献と照らし合わせても、それほど見当違いな値ではないと思われる。

Merger における CSR によるエネルギー変化

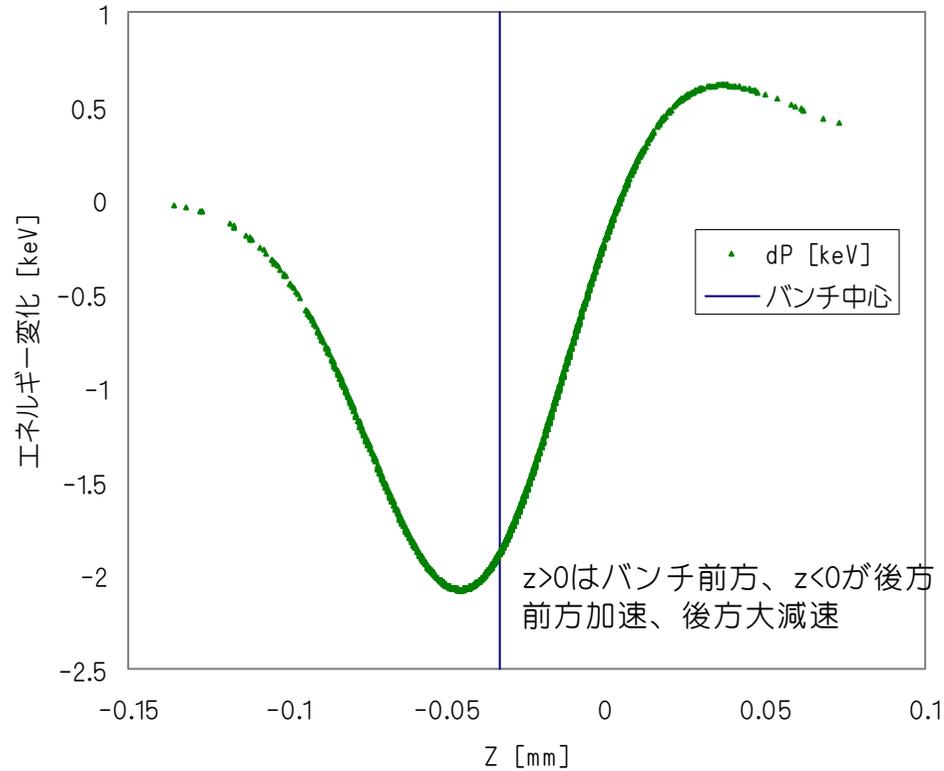
CSRによるエネルギー変化 ($\rho=1\text{m}$ 、 77pC 、 $L=30\text{cm}$ 、 5MeV)



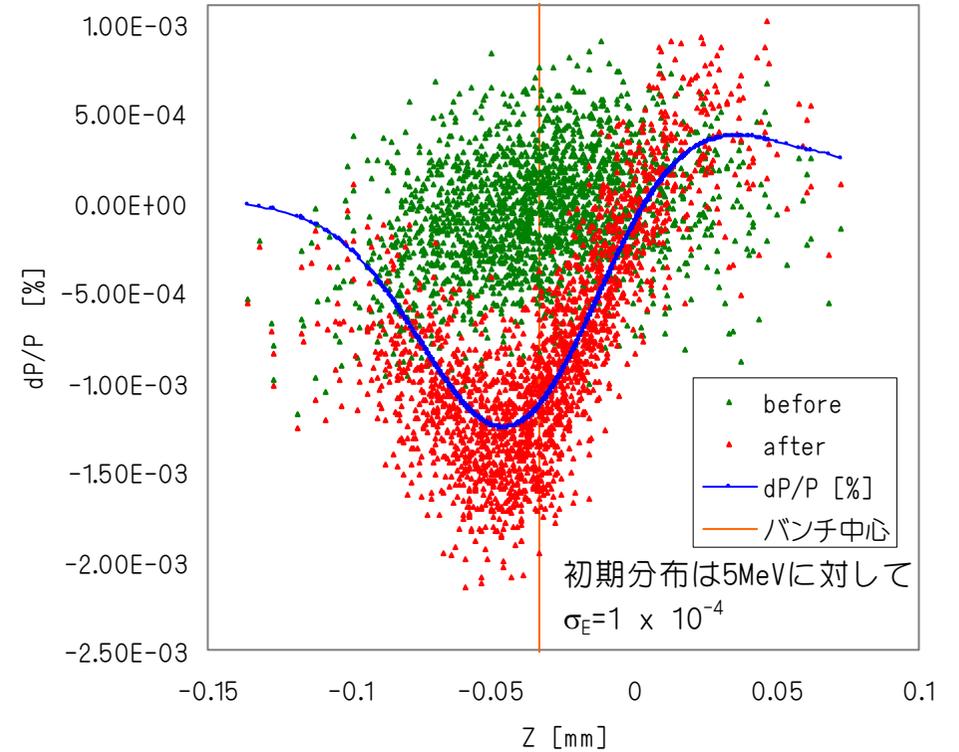
5MeV でバンチ長 0.1ps の場合、 $\rho=1\text{m}$ の偏向電磁石内を 30cm 走らせると、 0.1% のオーダーでエネルギーが変わる。入射器の段階でバンチ長 0.1ps の場合、エネルギー広がりを (5MeV に対して) 0.1% 以下に抑えておくのは無駄な努力……かも知れない。

計算例(バンチ長 0.1ps、77pC、flattop 加速の場合)

CSRによるエネルギーの変化 RF頂上で加速(P=165MeV)の場合
バンチ長0.1ps, $\rho=1\text{m}$ で最初の偏向電磁石の5度分(約8.7cm)

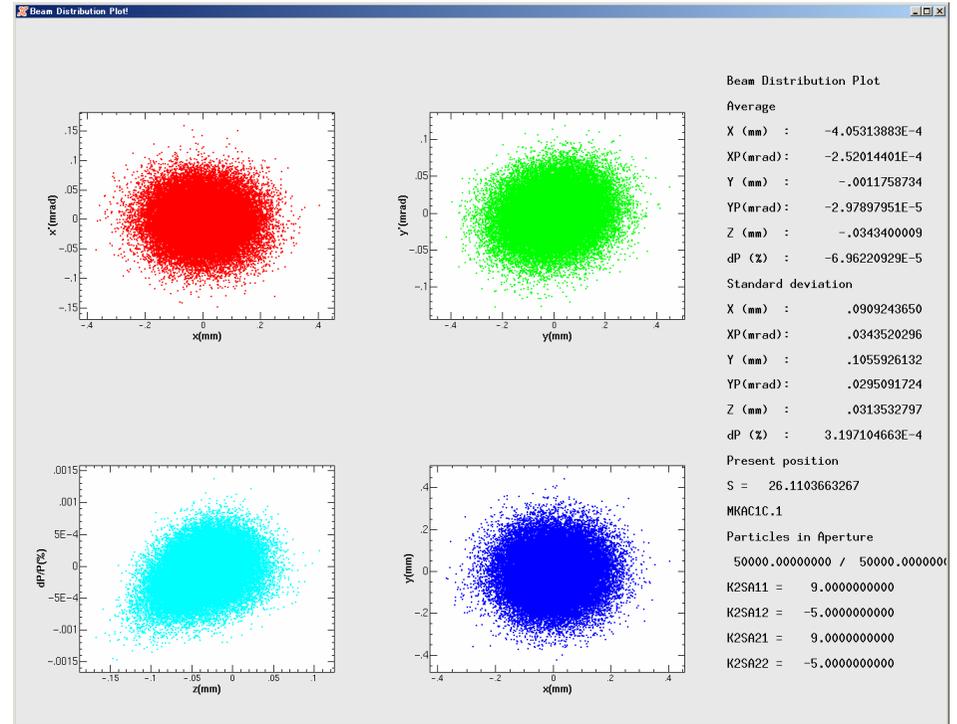
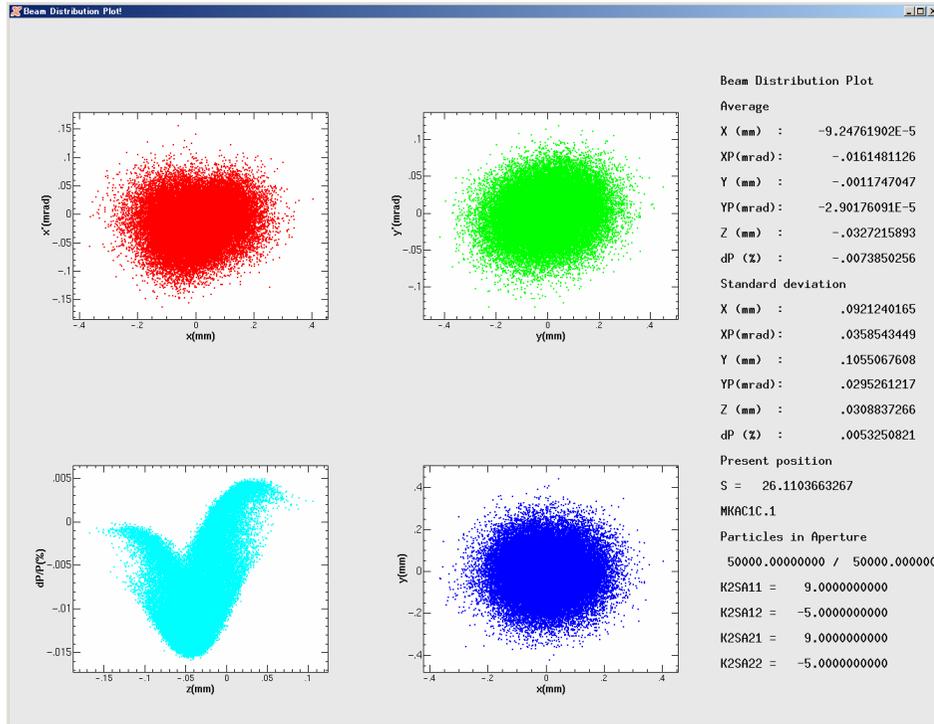


CSRによるエネルギー広がりの変化 RF頂上で加速
(P=165MeV)の場合、バンチ長0.1ps, $\rho=1\text{m}$ で最初の
偏向電磁石で5度分(約8.7cm)走った後

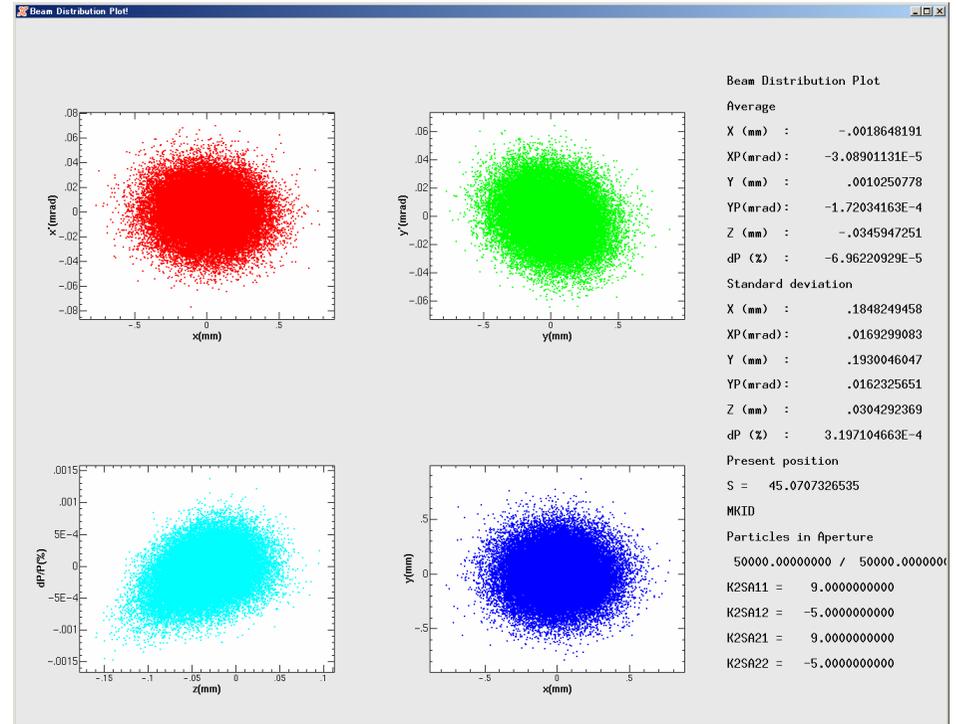
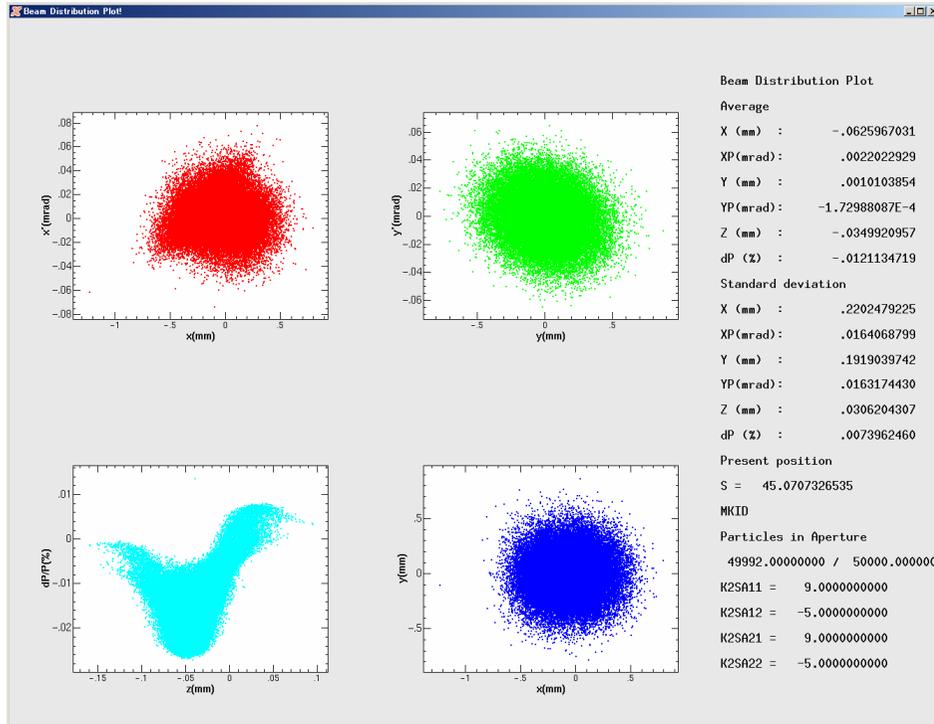


Bは半周で約 3.2m、25keV/mとすると、約 80keV のエネルギー変化があり、それは $\delta P/P = 5 \times 10^{-2}\%$ に相当する。

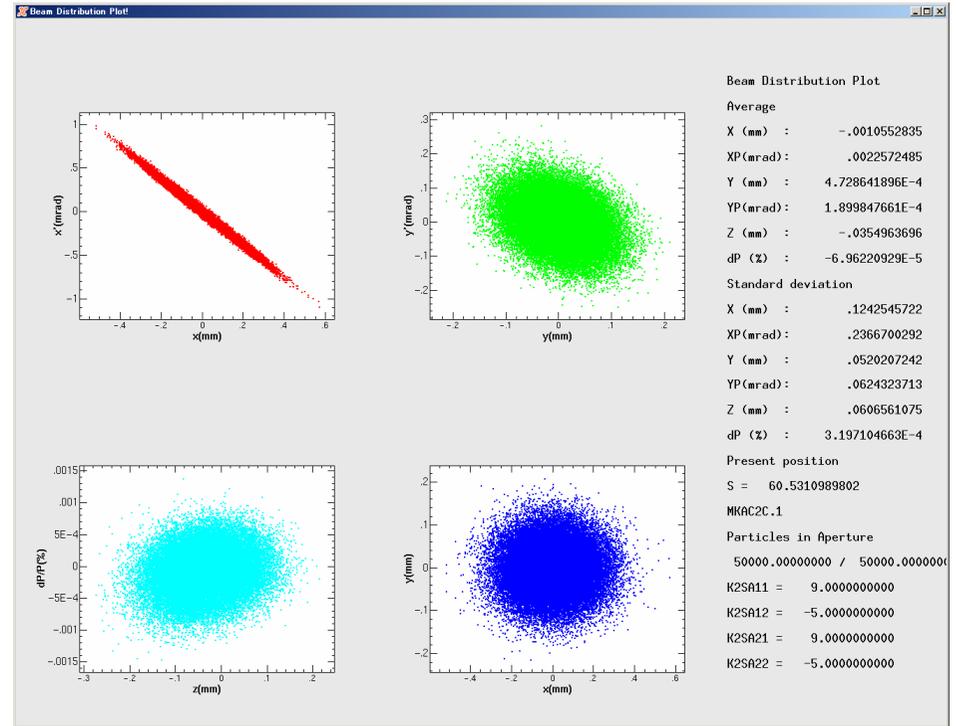
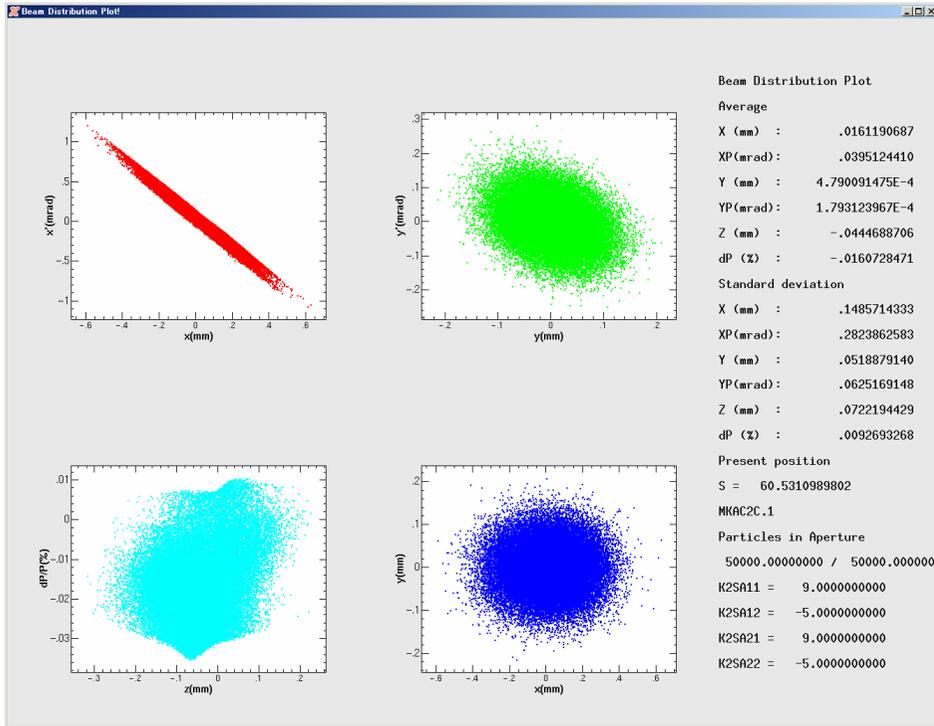
計算結果(0.1ps、77pC、flattop 加速、弧部中央)



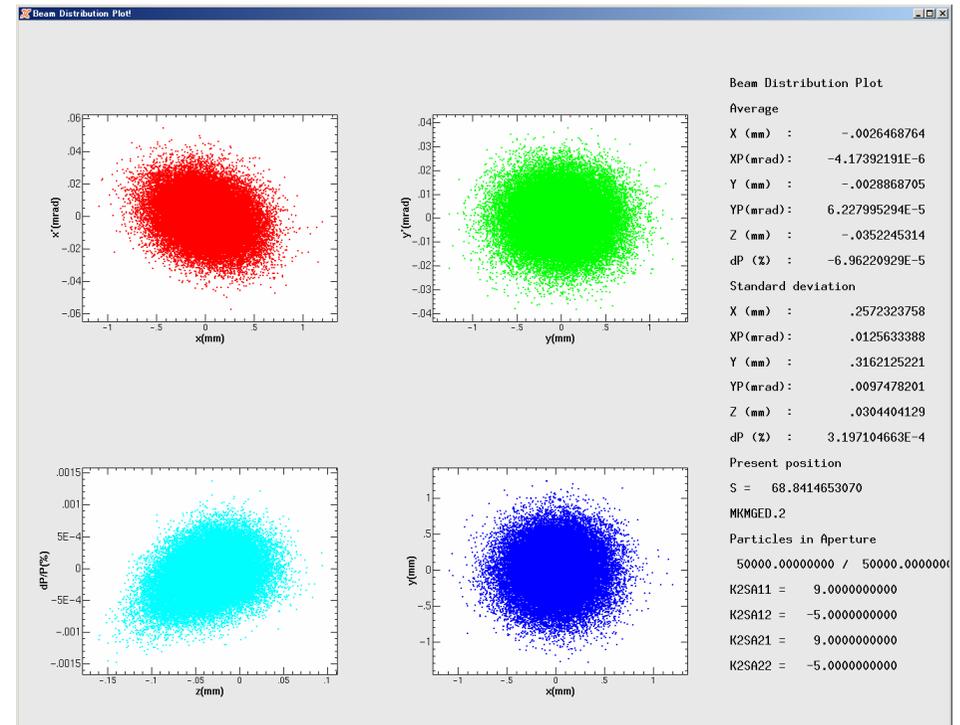
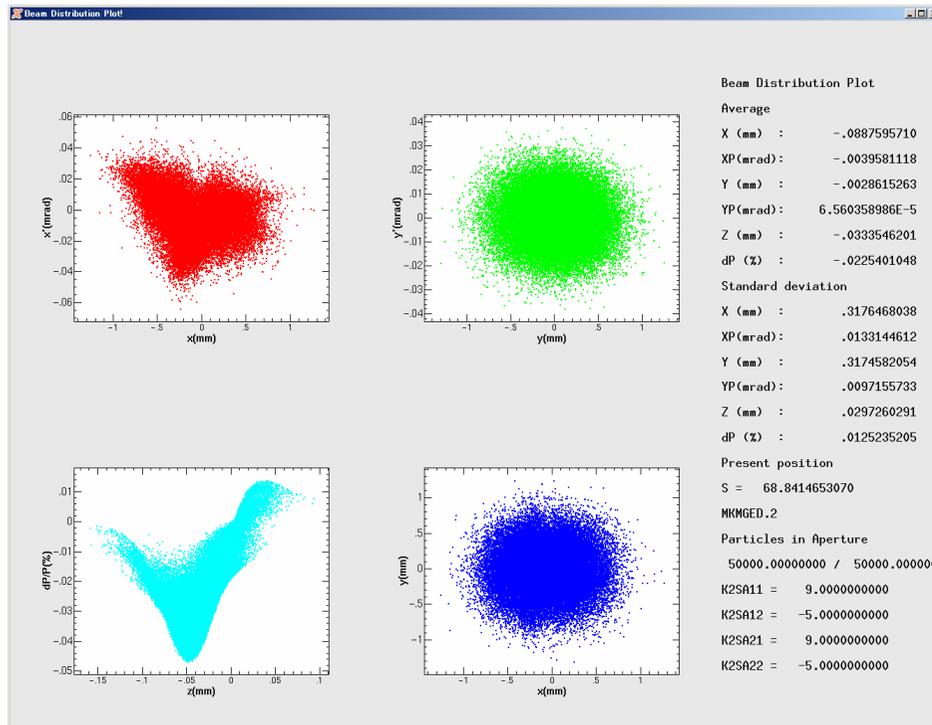
計算結果(0.1ps、77pC、flat top 加速、直線部中央)



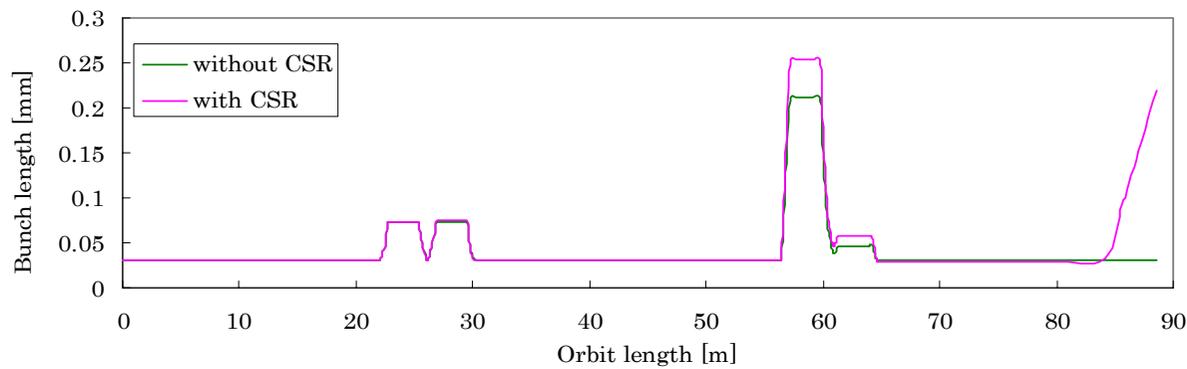
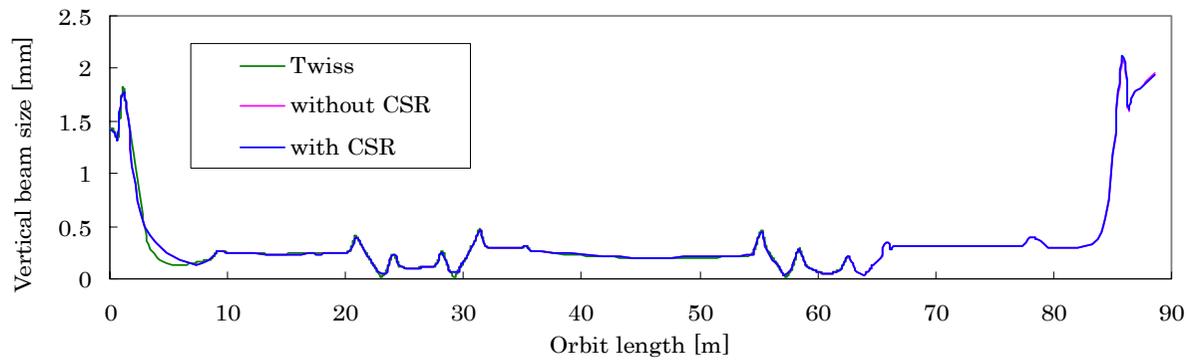
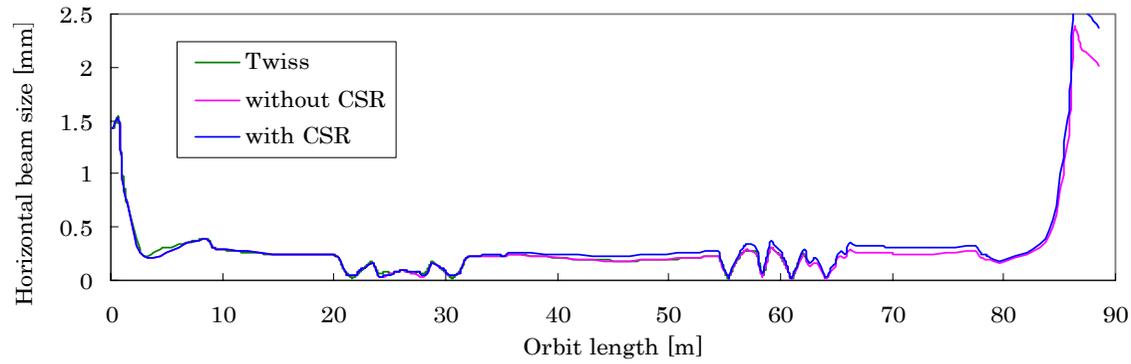
計算結果(0.1ps、77pC、flattop 加速、帰りの弧部中央)



計算結果(0.1ps、77pC、flattop 加速、減速入口)



ビームサイズとバンチ長



CSR は効かない。
あっても関係ない。



(不審……)



これから時間かけて本当に
正しいかチェックする。

結論

- 真面目に周回部の設計を始めた。
- 蓄積リングと同じで、色収差が小さく、6極が小さい周回部が安定な周回部だと分かった。
- バンチ長が長い場合はエネルギー広がりが RF に因って決まり、高次の運動量偏差の効果を如何に抑制するかがビーム品質、損失の防止の鍵となる。
- バンチ長が短い場合に CSR が効くかと思いきや今回の計算ではほとんど効かなかった。(正しいか検証してみる。)

今後の予定

- 実際に色収差が小さいオプティクス、ラティスを作る。
- 6極の配置も工夫する。(今は β_x と β_y がほぼ同じで戦っている。)
- CSR の影響が本当に正しいのか、線形の CSR の転送行列で手計算して検算してみる。
- 式を追う。(永遠の課題。)
- RF の肩で加速する場合など、ラティスで運動量偏差の効果がシビアなのでタイミングジッタ等によるエネルギーのズレに対しては惨憺たる結果になることが予想される。運動量方向に強いラティスというのはないのか検討する。