

束縛条件付き固有ベクトル法 のERL軌道補正への応用

東京大学物性研究所

中村 典雄

目的

ERLにおける軌道補正

- ERLでは、電子ビームは特定の領域を異なるエネルギーで2回以上通過する。単純な方法で、最適な軌道補正の解を得ることは難しい。
- ERLでは、電磁石の設置誤差に加えて、超伝導空洞の設置誤差が大きな軌道歪みの原因となりうる。
- ERL光源では超低エミッタンスのために、これまでの放射光源以上に光源点等で高い軌道の安定性が求められる。



高度で柔軟性のある軌道補正方法が要求される。

(束縛条件付き固有ベクトル法のERLへの応用)

束縛条件付き固有ベクトル法

Principle of eigenvector method with constraints (call “EVC”)

Vector of residual orbit:

$$\bar{\Delta} \equiv R\bar{\theta} + \bar{y} \quad (1)$$

y : beam position before correction (M)

θ : kick angle of steering magnet (N)

R : Response matrix ($M \times N$)

Constraint conditions:

$$\bar{C}_i^T \cdot \bar{\theta} + z_i = 0 \quad (i=1, \dots, N_C) \quad (2)$$

Minimize the norm of Δ under the constraint conditions by introducing the following function of S (Lagrange's method of indeterminate multipliers).

$$S = \frac{1}{2} (R\bar{\theta} + \bar{y})^2 + \sum_i \mu_i (\bar{C}_i^T \bar{\theta} + z_i) \quad (3)$$

Set derivatives of the function S with respect to θ and μ to zero.

$$R^T R \bar{\theta} + R^T \bar{y} + C \bar{\mu} = 0 \quad (4)$$

$$C^T \bar{\theta} + \bar{z} = 0 \quad (5)$$

Solution of the above equations:

$$\bar{\theta} = B\bar{y} - D\bar{z} \quad (6)$$

where

$$B = (-A^{-1} + A^{-1} C P^{-1} C^T A^{-1}) R^T \quad (7)$$

$$D = A^{-1} C P^{-1} \quad (8)$$

$$A = R^T R \quad P = C^T A^{-1} C \quad (9)$$

Definition of the matrix A^{-1} :

$$A^{-1} = \sum_{i=1}^{N_V} \frac{\bar{v}_i \bar{v}_i^T}{\lambda_i} \quad (N_V \leq N), \quad (10)$$

v_i : i -th eigenvector of the matrix A

λ_i : i -th eigenvalue of the matrix A

For $\lambda_i \approx 0$, $1/\lambda_i$ in the matrix A^{-1} is replaced with zero to avoid very large kick angles. The condition of $N_V \geq N_C$ is required for the existence of the inverse matrix P^{-1} .

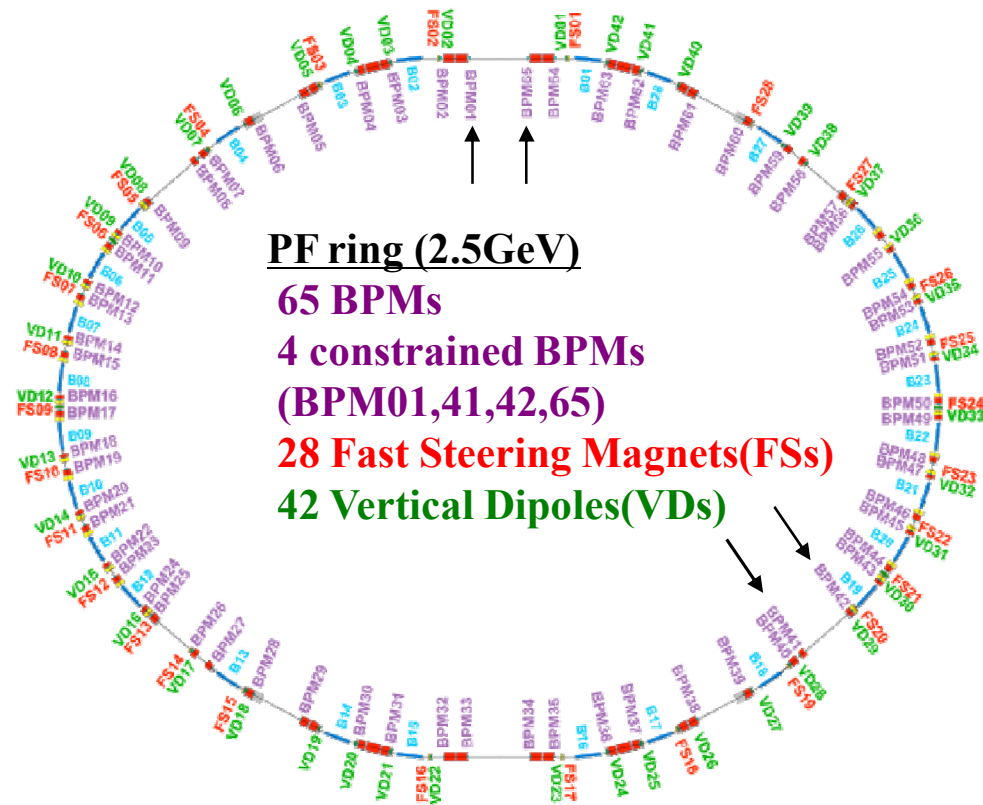
If z is taken as the electron (or photon) beam positions measured at arbitrarily selected BPMs (or photon BPM) and C as the corresponding response matrix, the beam positions at the selected BPMs are fixed at zero by this correction. For the electron beam and BPMs, Eq. (6) can be rewritten in a simplified form.

$$\bar{\theta} = B^* \bar{y} \quad (11)$$

→ See N. Nakamura et al., NIM A 556 (2006) 421-432.

PFリングへの応用実験(1)

PFリングでEVCによる軌道補正実験を試行



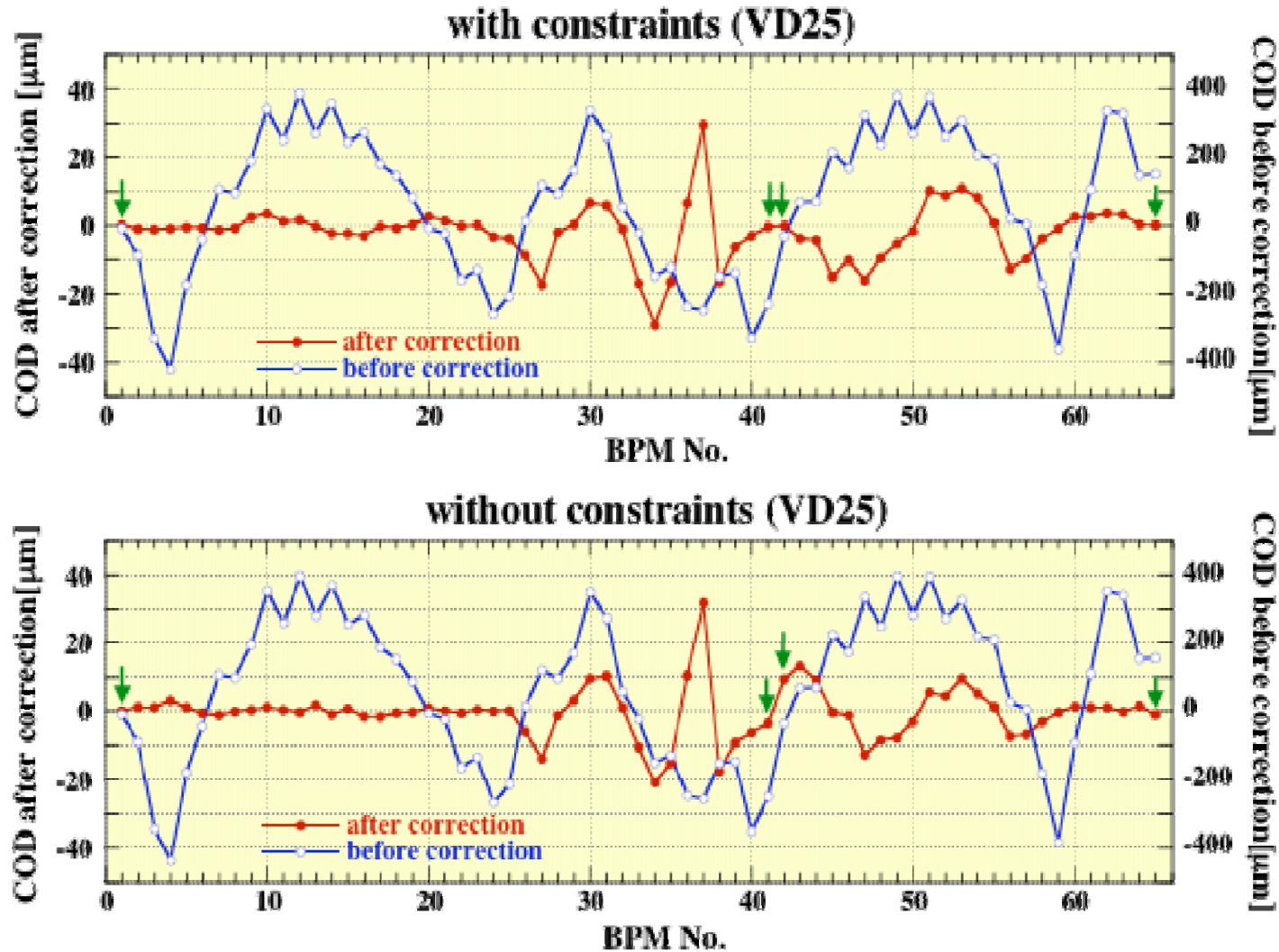
実験の方法と手順

1. 補正電磁石VD1-25の各々を用いて垂直方向の軌道歪みを人為的に発生させた。
2. 軌道フィードバック用補正電磁石FS1-28を用いて束縛条件付き固有ベクトル法で各VD毎の軌道歪みを補正した(ただし、固有ベクトル数14個使用)。束縛条件は2つの長直線部両端でのビーム位置がゼロであることとした。
3. 軌道補正後のビーム位置のRMSや最大値を計算し、その補正性能を評価する。束縛条件の有無での比較も行った。
4. 応答関数は実測データを使用。

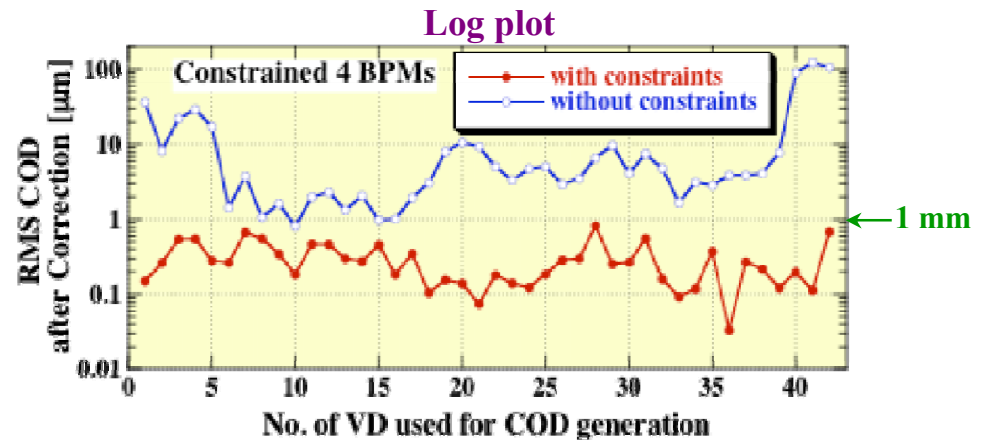
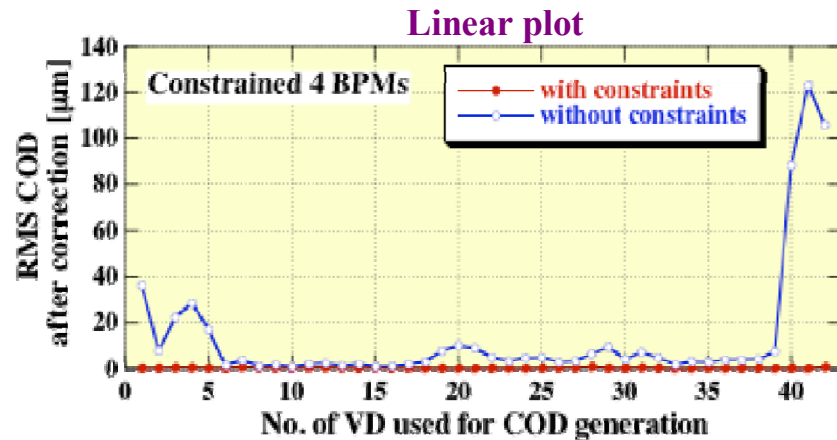
→ See K. Harada et al., NIM A 604 (2009) 481-488.

PFリングへの応用実験 (2)

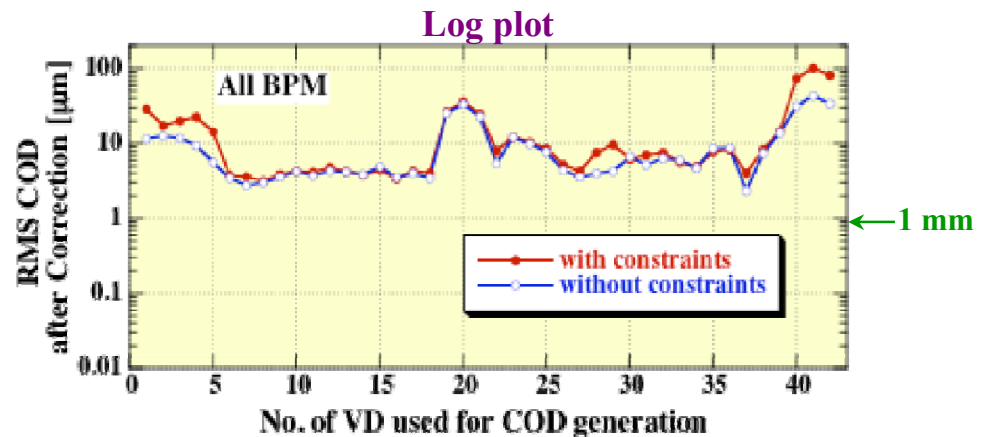
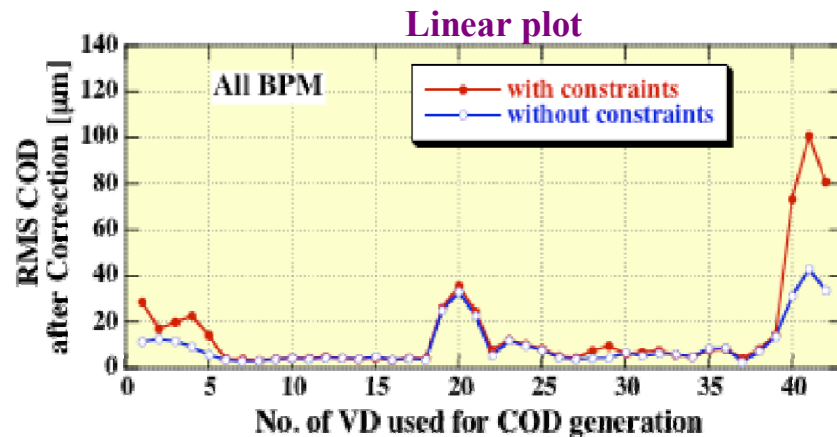
補正前後の軌道例 (VD25による軌道歪みの発生)



PFリングへの応用実験 (3)



⇒ 束縛条件で光源点のビーム位置の安定性はサブミクロンレベルに到達。



⇒ 全体軌道の補正能力も束縛条件の有無では大きな差はなかった。

ERLの応答行列 (Response Matrix)

リングの応答関数 (位置 vs 蹴り角)

$$R_{ij} = \frac{\sqrt{\beta_i \beta_j}}{2 \sin \pi \nu} \cos(\pi \nu - |\phi_i - \phi_j|)$$

ERLの応答行列 (位置 vs 蹴り角)

1ターン目

$$R_{ij} = \sqrt{\frac{p_j}{p_i}} \sqrt{\beta_i \beta_j} \sin(\phi_i - \phi_j), \quad \phi_i > \phi_j$$

2ターン目

$$R_{ij} = \sqrt{\frac{p_{j1}}{p_i}} \sqrt{\beta_i \beta_{j1}} \sin(\phi_i - \phi_{j1}) + \sqrt{\frac{p_{j2}}{p_i}} \sqrt{\beta_i \beta_{j2}} \sin(\phi_i - \phi_{j2}), \quad \phi_i \geq \phi_{j2} > \phi_{j1}$$

ERLの応答行列 (位置 vs 積分磁場)

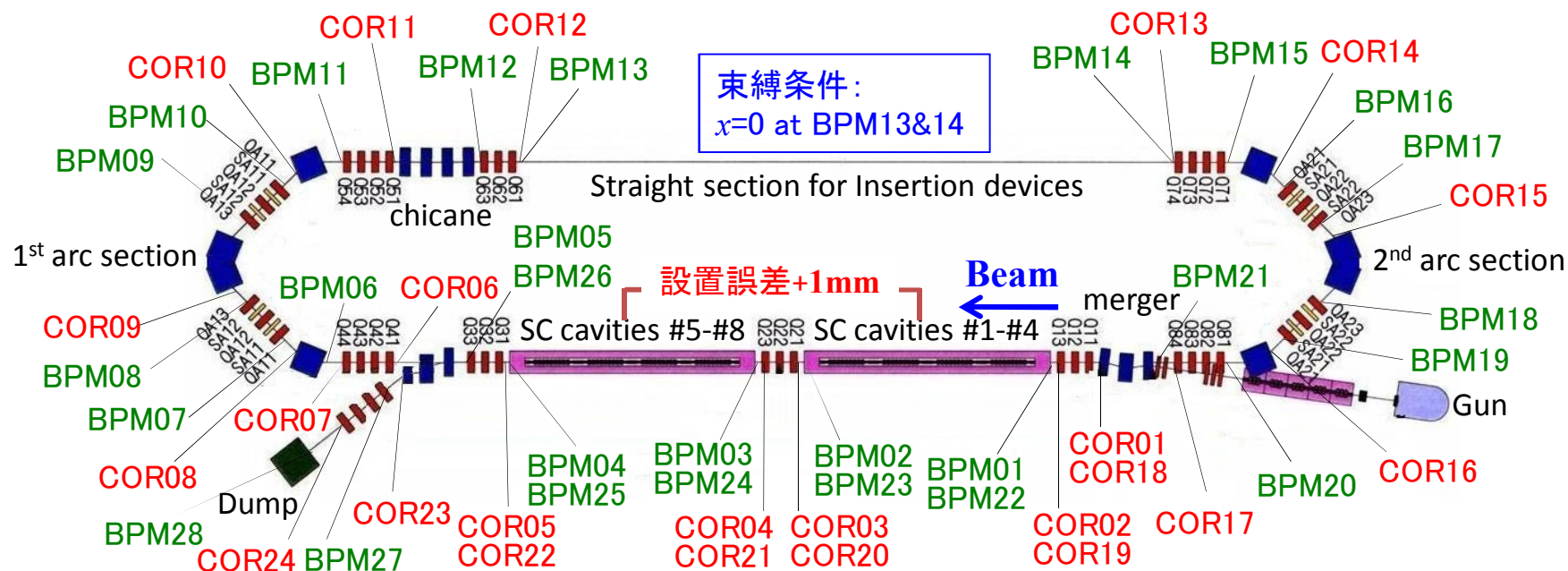
1ターン目

$$R_{ij} = e \sqrt{\frac{\beta_i \beta_j}{p_i p_j}} \sin(\phi_i - \phi_j), \quad \phi_i > \phi_j$$

2ターン目

$$R_{ij} = e \sqrt{\frac{\beta_i \beta_{j1}}{p_i p_{j1}}} \sin(\phi_i - \phi_{j1}) + e \sqrt{\frac{\beta_i \beta_{j2}}{p_i p_{j2}}} \sin(\phi_i - \phi_{j2}), \quad \phi_i \geq \phi_{j2} > \phi_{j1}$$

コンパクトERL(cERL)の軌道補正

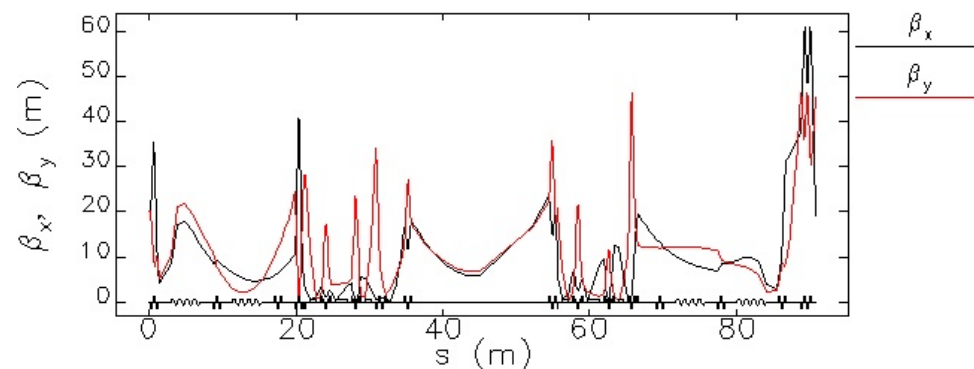


今回使用した軌道補正システム: 補正電磁石24台(重複5台)、位置モニター28台(重複5台)

基本パラメータ(低エミッタンスモード)

初期バンチ長	2[ps]
初期規格化エミッタンス	0.1[mm mrad]
初期運動量偏差	2×10^{-3}
電荷量	7.7[pC]
入射エネルギー	5[MeV]
加速エネルギー&位相	120[MeV], -0.2°

ベータatron関数(低エミッタンスモード)



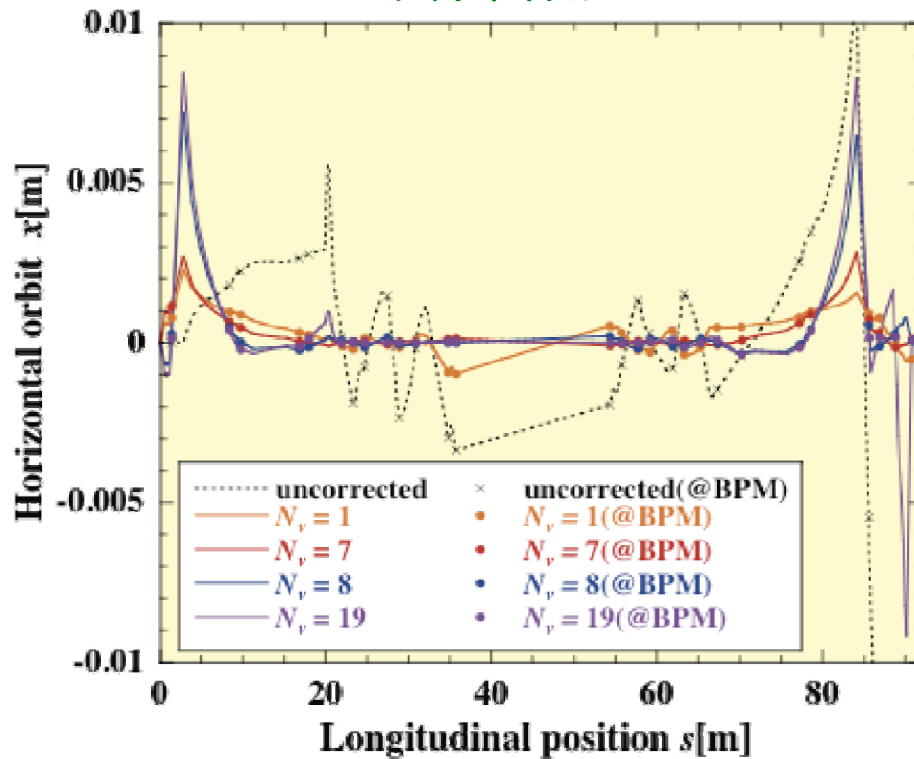
軌道補正シミュレーションの手順

1. cERL構成要素の誤差(今回は主超伝導空洞8台の水平方向の設置誤差+1mm)によるビーム軌道やエミッタンスへの影響をElegantでシミュレーションする。
2. 束縛条件付き固有ベクトル法(EVC)のプログラムに軌道データを入力して、軌道補正に必要な補正電磁石の積分磁場(蹴り角)を求める。
3. 得られた補正電磁石の積分磁場(蹴り角)を使ってElegantで再度シミュレーションを行って、補正後の軌道やエミッタンスの変化を求める。

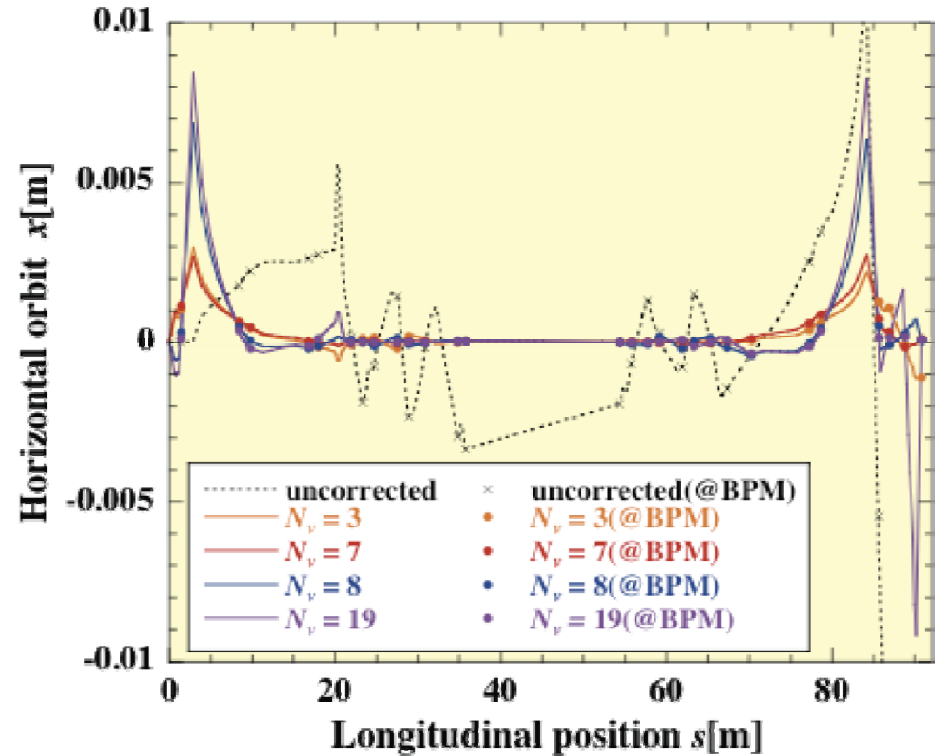
cERL軌道補正結果(1)

ビーム軌道

束縛条件無し



束縛条件有り

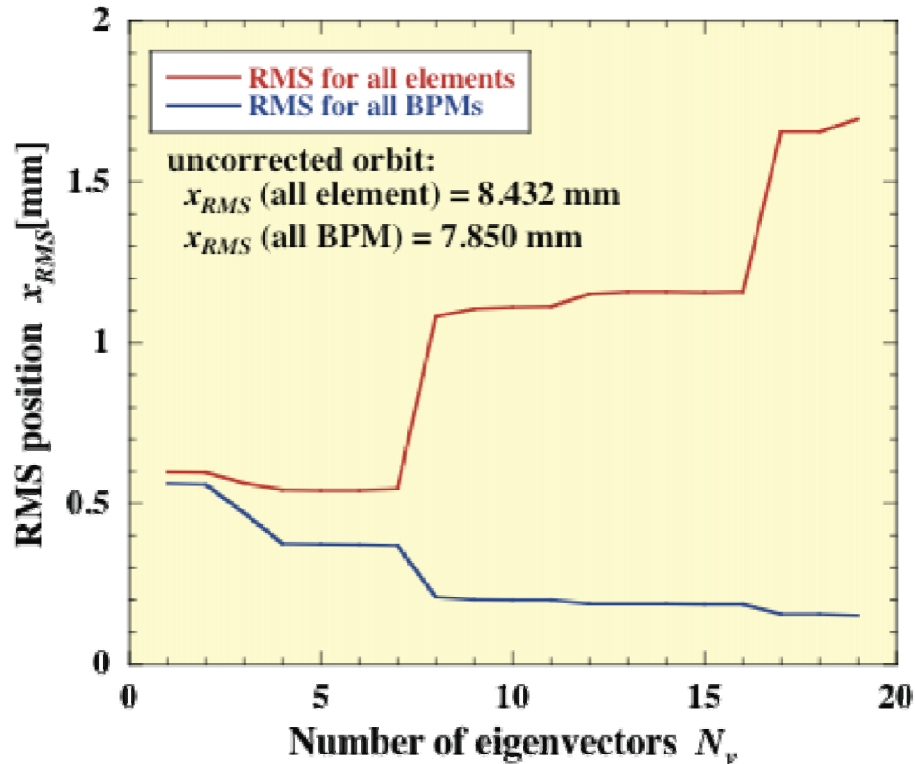


- 束縛条件によって N_v に依らず長直線部での軌道がより厳格に補正される。
- N_v を増やすと、BPMで補正性能は上がるが、それ他の場所で軌道歪みが大きくなる。
($N_v \geq 8$ で、特に超伝導空洞での軌道歪みが大きくなる。)

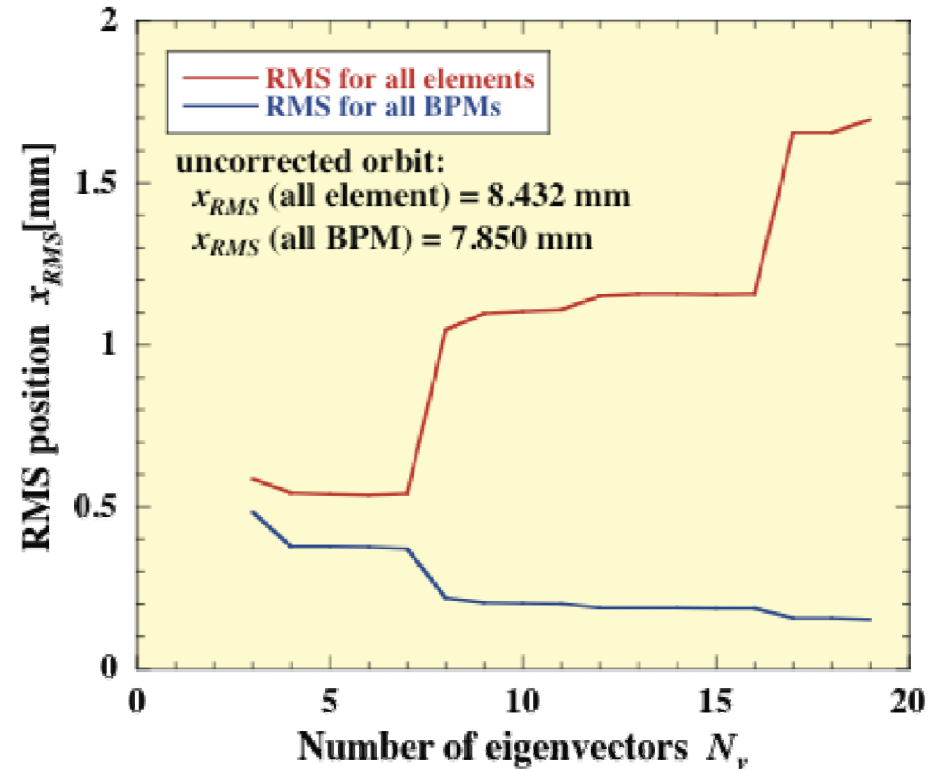
cERL軌道補正結果(2)

ビーム位置の2乗平均の平方根(RMS)

束縛条件無し



束縛条件有り

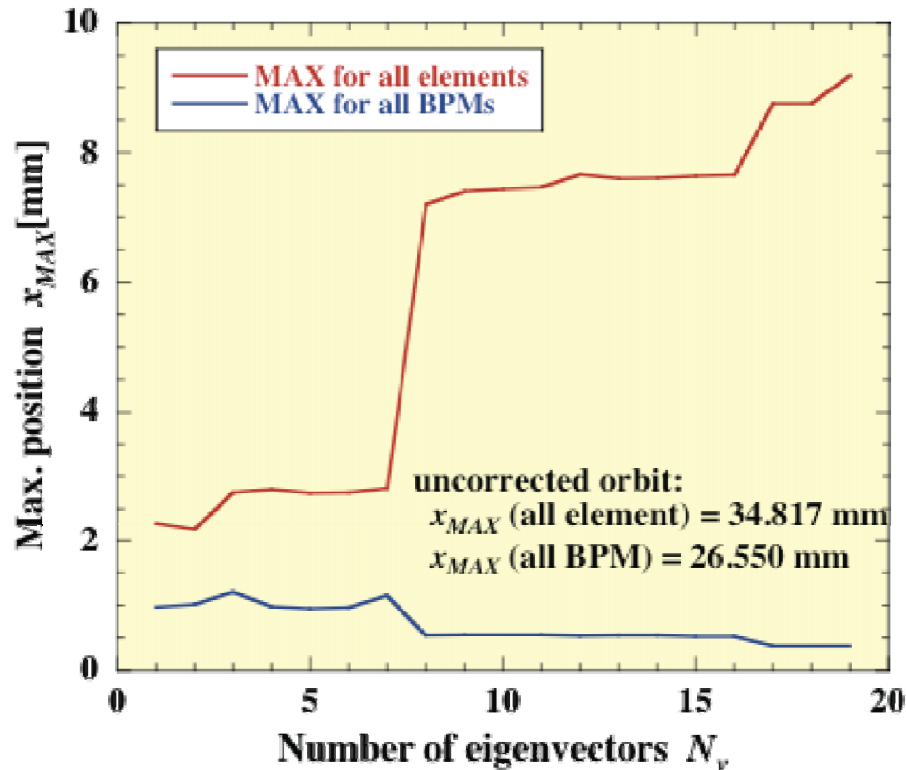


- ・ 軌道補正によってビーム軌道はRMSで約8mmから0.5mmまで改善する。
(束縛条件の有無で軌道全体の補正性能に大きな差はない。)
- ・ N_v を増やし過ぎると、BPM以外の場所(空洞等)で軌道が歪んでくる。

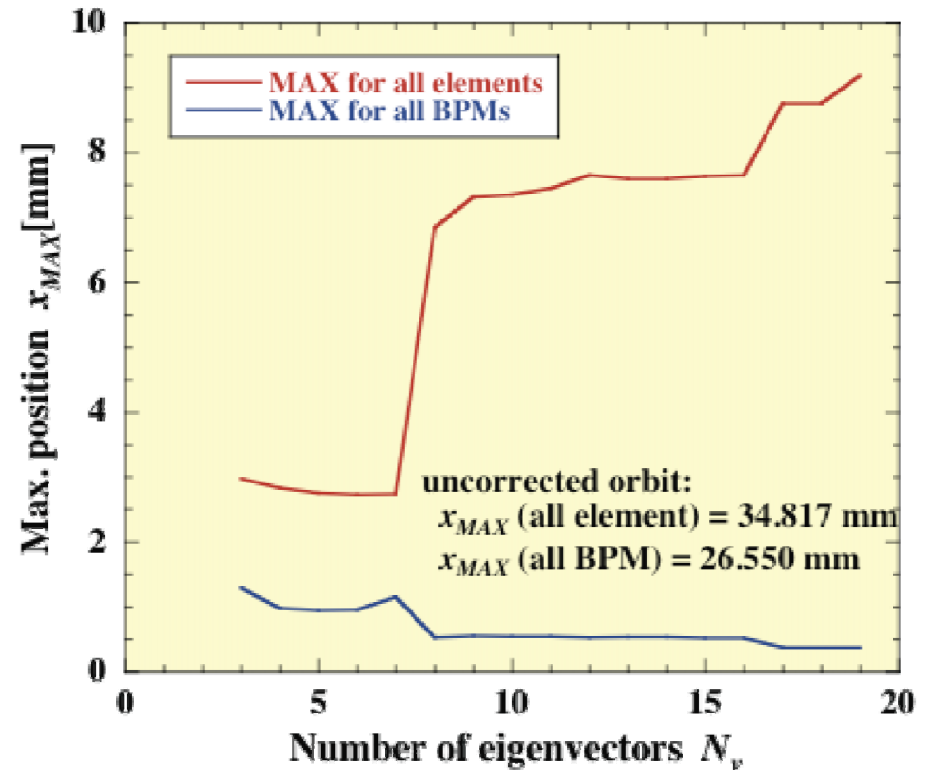
cERL軌道補正結果(3)

ビーム位置の最大値(MAX)

束縛条件無し



束縛条件有り

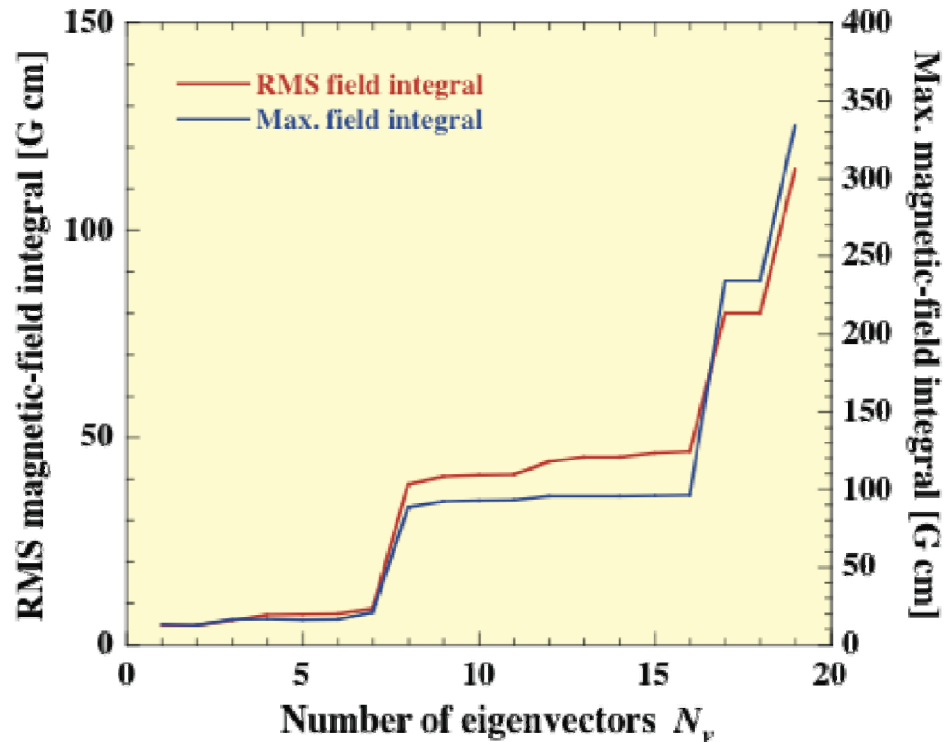


- ・ 軌道補正によってビーム軌道の最大値は3mm以下に抑えられる。
(束縛条件の有無で大きな差はない。)
- ・ N_v を8以上に増やすと、BPM以外での軌道の最大変位が大きくなる。

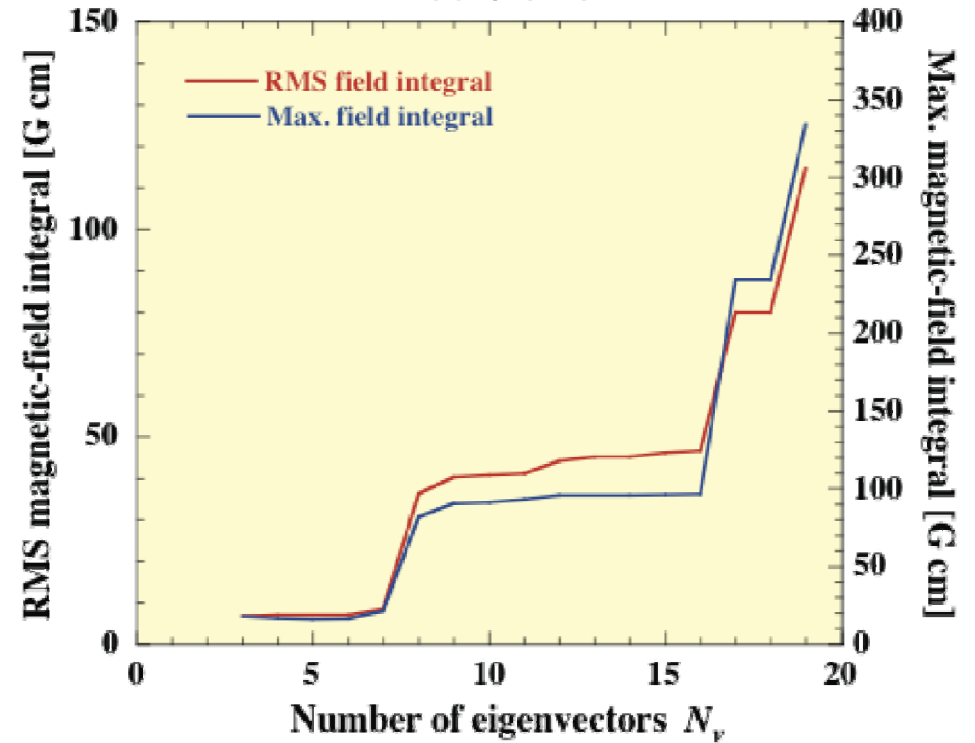
cERL軌道補正結果(4)

補正電磁石の積分磁場(RMS&MAX)

束縛条件無し



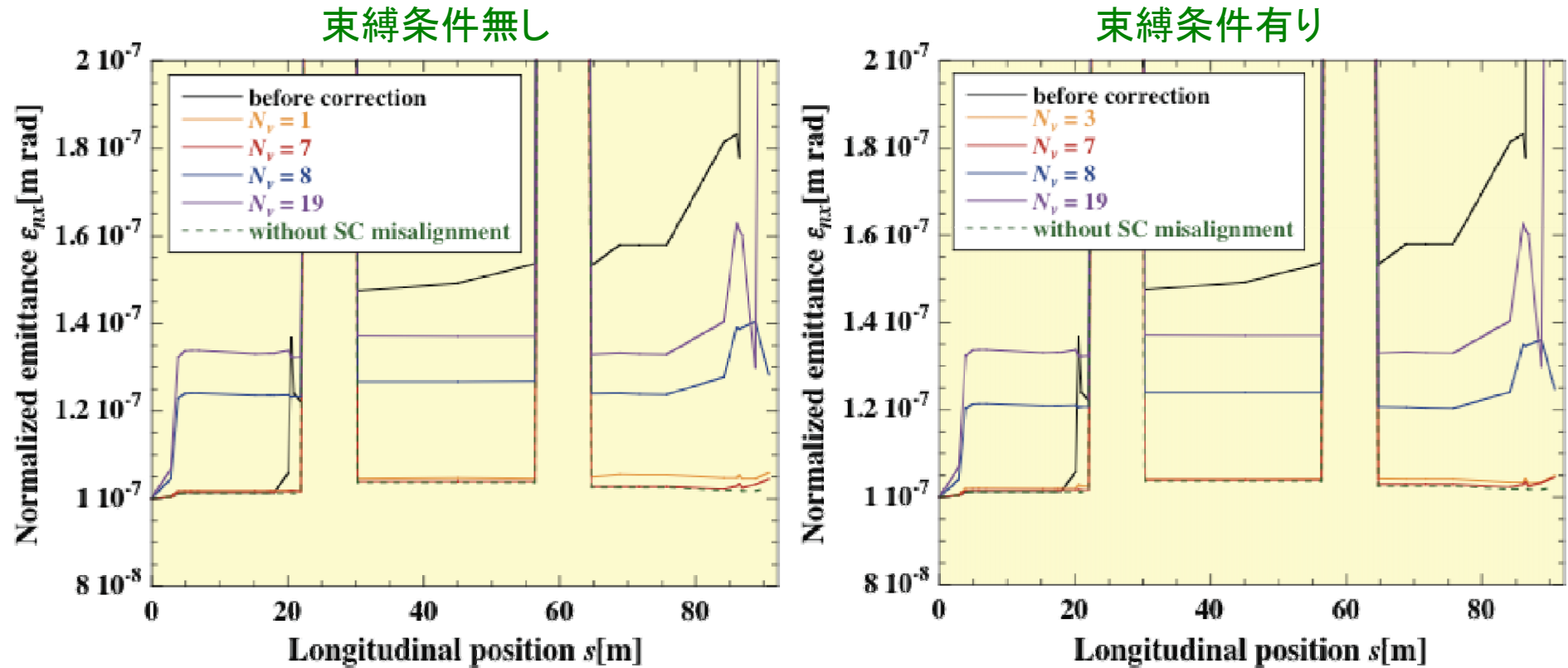
束縛条件有り



- ・ N_v が小さい方が、補正電磁石への負荷は小さくて済む。
(今回の補正では、 N_v が最大でもそれほど大きな負荷ではない。)
- ・ 束縛条件があっても、補正電磁石への負荷は大きく変わらない。

cERL軌道補正結果(5)

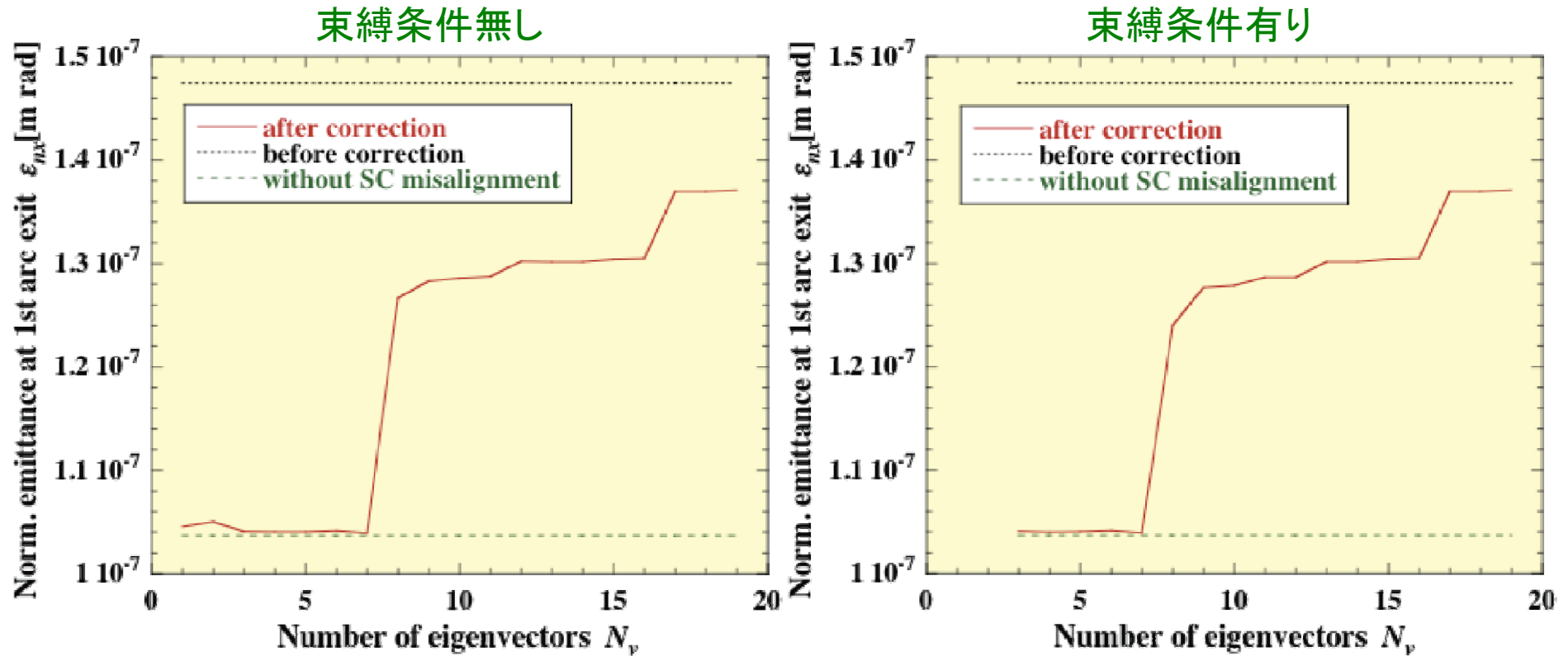
ビームエミッタンス



- ・ 軌道補正でエミッタンスは空洞設置誤差がない状態まで改善されうる。
- ・ N_v が増え過ぎると($N_v \geq 8$)、空洞設置誤差の影響が20%以上残る。

cERL軌道補正結果(6)

直線部エミッタンスの固有ベクトル数依存



- ・ 軌道補正 ($N_v \leq 7$) で、直線部エミッタンスは空洞設置誤差がない状態にまで回復する。
- ・ $N_v \geq 8$ では、直線部エミッタンスに顕著な増大が生じる。
(エミッタンス増大は、空洞等での軌道歪みが大きくなったことが原因である。)

まとめと課題

- 束縛条件付き固有ベクトル法(EVC)をERLに応用することに成功した。
- 1ループcERLを用いた軌道補正シミュレーションでは、全体の軌道の歪みは大幅に減少し、エミッタンスは低エミッタンスモードでもほぼ完全に回復した。
- 使用する固有ベクトルの数が大きくなると、BPM以外の場所での軌道歪みを大きくなる傾向にある(加速空洞にBPMを設置することが望ましい)。
- 束縛条件を付けることで、固有ベクトル数を増やし過ぎることなく、光源点等での厳密な軌道補正を行うことが可能である。
- システム配置をより現実的なものにし、電磁石の設置誤差による影響も含めて軌道補正シミュレーションしておく必要がある。