残留ガスとの散乱によるビームロス

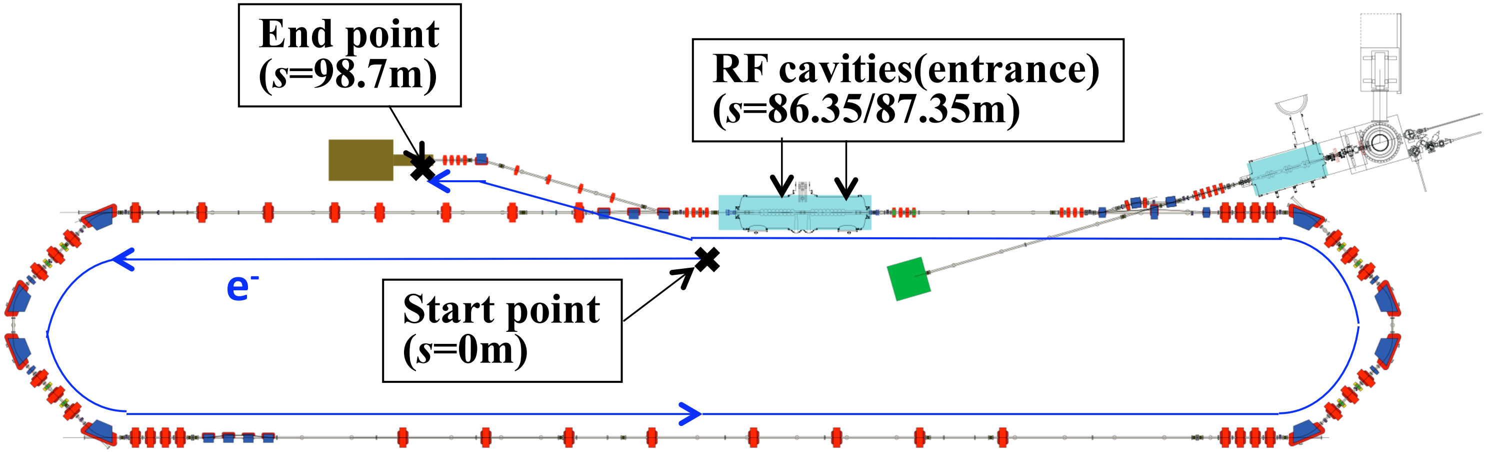
2011年8月9日（火）14時
ビームダイナミックスWG打合せ
中村　典雄

目的

- 残留ガスとの散乱によるビームロスを評価する。
- 散乱によるビームロスが放射線遮蔽の観点から問題となるかどうかの資料とする。
- ビームパイプの口径が適切かどうかを調べる。

方法

- 残留ガスとの散乱(ラザフォード散乱、メラー散乱、制動放射)による各点でのビームロスを計算する。ただし、加速空洞直後からダンプまでを今回は対象とする。
- 残留ガスの真空度は、10^{-6}[Pa]とした。ビームパイプ半径は基本25mm、RF空洞モデュール±20cmでは40mmとした。ダンプラインでの口径を変化させて、その影響を調べた。



散乱後の軌道

- 角度の変化を伴う散乱

$$x(s) = \theta_x \sqrt{\beta_x(s)\beta_x(s_0)}\, sin\{\varphi_x(s) - \varphi_x(s_0)\}$$

$$y(s) = \theta_y \sqrt{\beta_y(s)\beta_y(s_0)}\, sin\{\varphi_y(s) - \varphi_y(s_0)\}$$

$$\theta^2 = \theta_x^{\ 2} + \theta_y^{\ 2} \ (\theta_x = \theta\, cos\phi, \theta_x = \theta\, sin\phi)$$

- エネルギー（運動量）の変化を伴う散乱

$$x(s) = \eta(s)\frac{\Delta p}{p} + \sqrt{\beta_x(s)H_x(s_0)} \cdot \left|\frac{\Delta p}{p}\right| \cdot sin\{\varphi_x(s) - \varphi_x(s_0) + \varphi_{x0}\}$$

$$H_x(s) = \frac{\eta_x^2(s_0) + \left(\alpha_x(s_0)\eta_x(s_0) + \beta_x(s_0)\eta_x'(s_0)\right)^2}{\beta_x(s_0)}$$

$$sin\varphi_{x0} = \frac{\eta(s_0)}{\sqrt{\beta_x(s_0)H_x(s_0)}}$$

空洞の効果

- 空洞前後での軌道と運動量変化(Rosenzweig & Serafini)

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha & 2\sqrt{2}\dfrac{\gamma_i}{\gamma'}\sin\alpha \\ -\dfrac{3\gamma'}{2\sqrt{2}\gamma_f} & \dfrac{\gamma_i}{\gamma_f}\left(\cos\alpha + \sqrt{2}\sin\alpha\right) \end{pmatrix}, \quad \det M = \frac{\gamma_i}{\gamma_f}$$

$$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left(\frac{\gamma_f}{\gamma_i}\right), \quad \gamma' = \frac{eE}{\gamma mc^2}$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\gamma_i}{\gamma_f}\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_0$$

➔ 減速空洞では振幅と運動量広がりが大きくなる。

ビームロスの条件

- 角度の変化を伴う散乱

$$\frac{x^2(s)}{a_x^2(s)} + \frac{y^2(s)}{a_y^2(s)} \geq 1$$

$a_{x,y}$: 水平・垂直の真空ダクト半径（楕円形仮定）

$$x^2(s) = A_x^2(s)\theta_x^{\,2} \approx \frac{A_x^2(s)\theta^2}{2},\ y^2(s) = A_y^2(s)\theta_y^{\,2} \approx \frac{A_y^2(s)\theta^2}{2} \quad (averaging\ over\ \phi)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\theta_c^2(s)} = \frac{A_x^2(s)}{2a_x^2(s)} + \frac{A_y^2(s)}{2a_y^2(s)}$$

θ_c: ビームロスの臨界散乱角

- エネルギー（運動量）の変化を伴う散乱

$$x(s) = B_x(s)\frac{\Delta p}{p} \geq a_x(s)$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_c = \frac{a_x(s)}{B_x(s)}$$

$(\Delta p/p\ )_c$: ビームロスの臨界運動量変化

ビームロスの断面積

- ラザフォード散乱

$$\sigma_R = \frac{4\pi Z^2 r_e^2}{\gamma^2 \theta_c^2}$$

Z : 原子の原子番号
r_e : 電子の古典半径
α_f : 微細構造定数

- メラー散乱

$$\sigma_M = Max\left\{ \frac{4\pi r_e^2}{\gamma^2 \theta_c^2}, \frac{2\pi r_e^2}{\gamma}\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_c^{-2} \right\}$$

- 制動放射

$$\sigma_B = 4\pi\alpha_f r_e^2 Z(Z+1)\left\{-\frac{4}{3} ln\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_c - \frac{5}{6}\right\} \cdot ln\left(183 Z^{-\frac{1}{3}}\right)$$

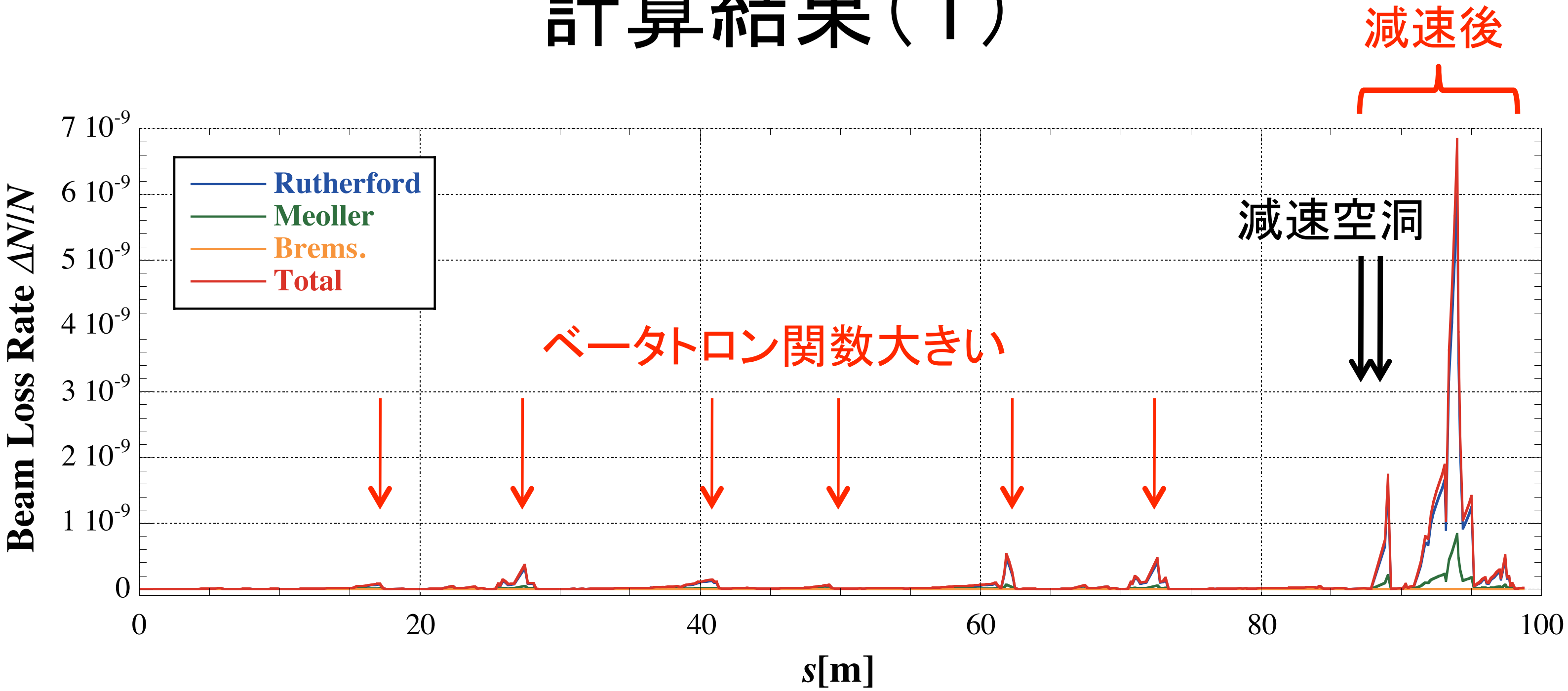
計算の手順

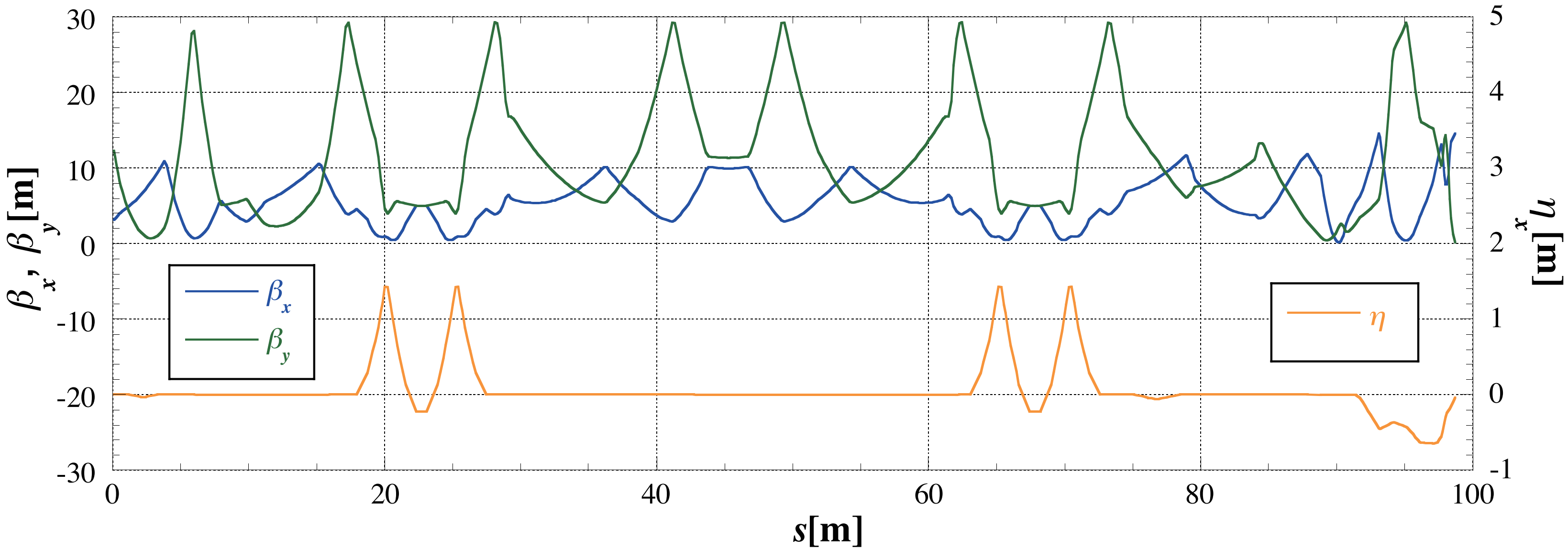
1. cERL各点で散乱に対して下流各点でθ_c , $(\Delta p/p\ )_c$を求める。
2. 各点での各散乱に対してその下流の全ての点でのビームロスの断面積をそれぞれ求める（実際のビームロスの断面積はその点でのビームロスの断面積からその上流までのビームロスの断面積を引いたものになる）。
3. 各点でのビームロス断面積を上流の全ての点での散乱に対して合計する。
4. ビームロス断面積とビームロスとの関係は次のようになる。CO換算で真空度10^{-6} Paを仮定した。

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_{loss} = \int \sum_i n_G(Z_i)\left\{\sigma_R(Z_i, s) + \sigma_M(Z_i, s) + \sigma_B(Z_i, s)\right\} ds$$

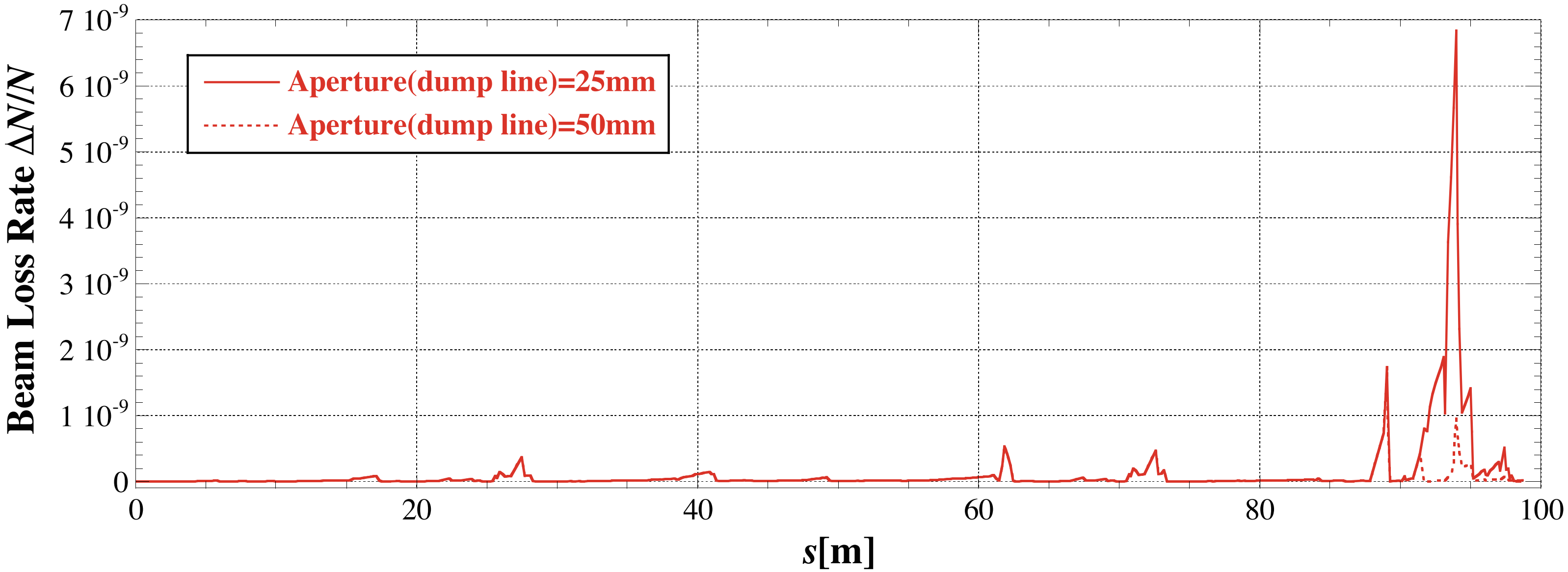
n_G : 真空度10^{-6}Paに対する各原子の密度

計算結果(1)

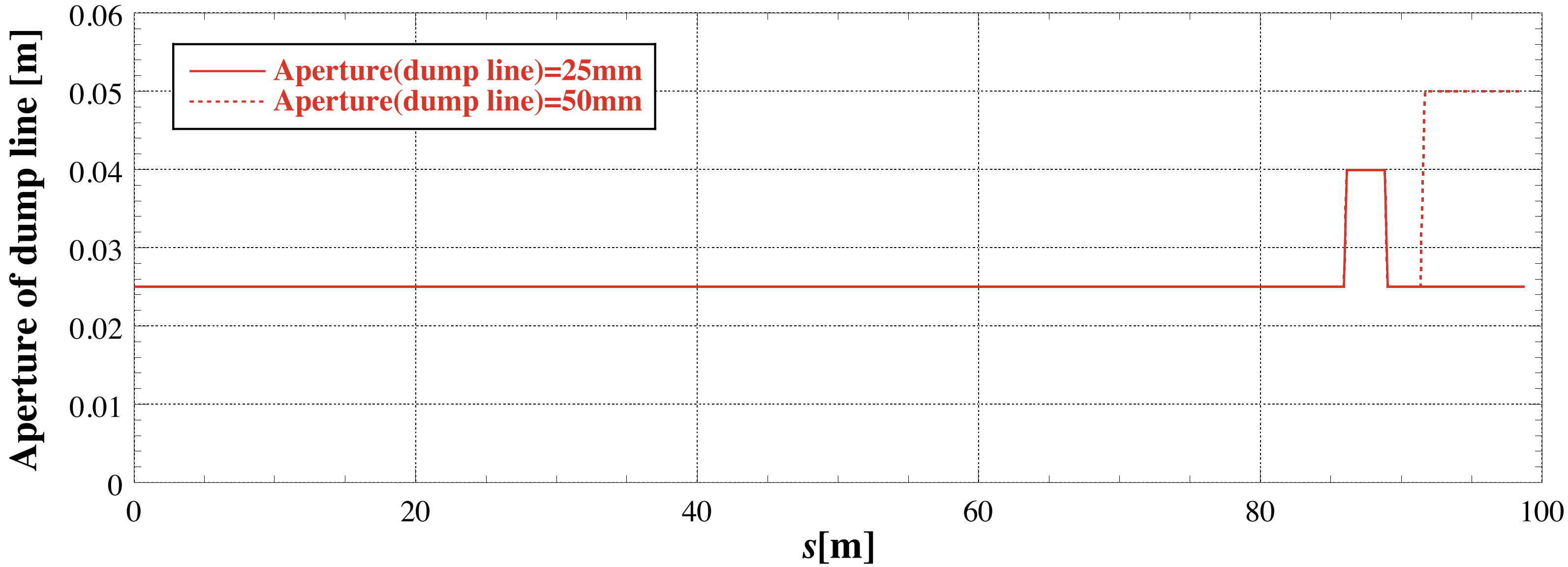

減速後
減速空洞
ベータトロン関数大きい
Rutherford
Meoller
Brems.
Total
Beam Loss Rate ΔN/N
7 10^-9
6 10^-9
5 10^-9
4 10^-9
3 10^-9
2 10^-9
1 10^-9
0
0
20
40
60
80
100
s[m]


β_x, β_y [m]
η_x [m]
β_x
β_y
η
30
20
10
0
-10
-20
-30
5
4
3
2
1
0
-1
0
20
40
60
80
100
s[m]

計算結果(2)

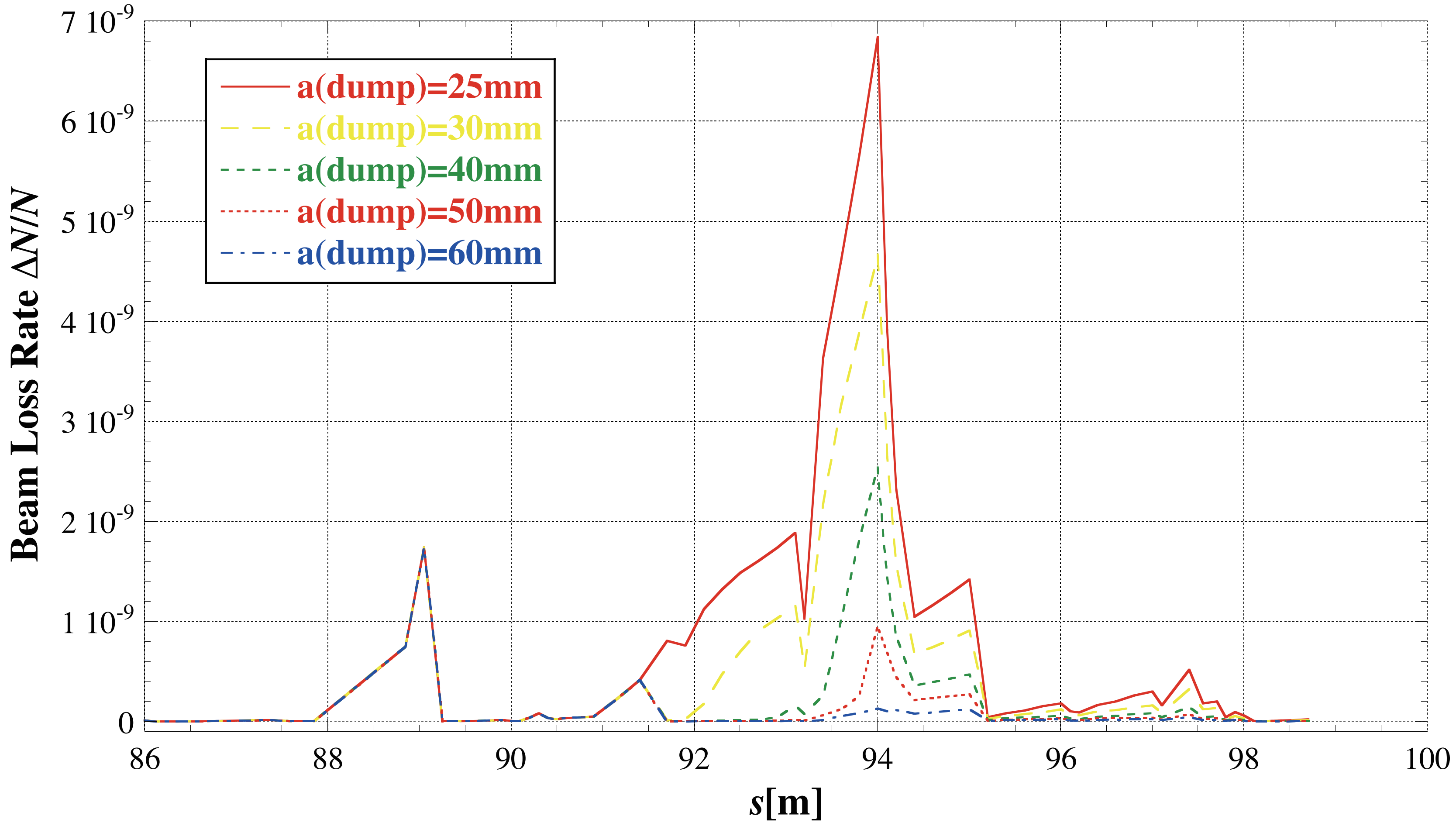


Beam Loss Rate ΔN/N
7 10^-9
6 10^-9
5 10^-9
4 10^-9
3 10^-9
2 10^-9
1 10^-9
0
0
20
40
60
80
100
s[m]
Aperture(dump line)=25mm
Aperture(dump line)=50mm



Aperture of dump line [m]
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
0
20
40
60
80
100
s[m]
Aperture(dump line)=25mm
Aperture(dump line)=50mm

計算結果(3)



➔ ダンプラインのパイプロ径を広げるとビームロス減少に有効である。

まとめ

- ビームと残留ガスとの散乱による電子ビームロスを計算した。
- このビームロスの主な原因はラザフフォード散乱で、エネルギーの２乗に反比例して散乱断面積は大きくなる。
- ビームロスはベータトロン関数が大きい場所と減速後からダンプラインにかけて大きい。ダンプラインあるいは減速後のビームパイプを大きくすることはビームロスの抑制に有効である。
- 計算したビームロスが放射線の観点から問題がないか放射線科学センターの松村さんに問い合わせている。