

空洞内での加速減速ビームの 走行時間差

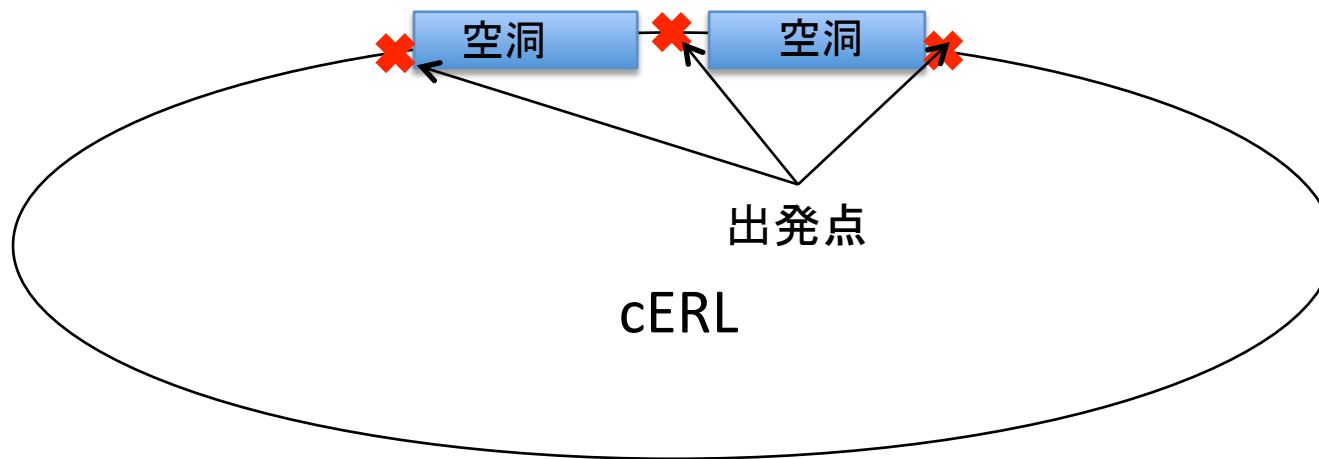
ビームダイナミクスWG打ち合わせ

2012年2月1日

中村 典雄

目的

- 空洞セクション内における加速(中の)ビームと減速(中の)ビームとの走行時間差(RF位相差)の変化を調べて、エネルギー回収や周長調整への影響を考える。



空洞内の走行時間

加速ビームが空洞中でかかる走行時間

$$T_{ac}(s) = \int_0^s \frac{ds}{v}$$

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\gamma(s) = \gamma_i + gs \quad \left(g \equiv \frac{\gamma_f - \gamma_i}{L} = \frac{15[\text{MeV}/m]}{mc^2} = 29.3542 \right)$$

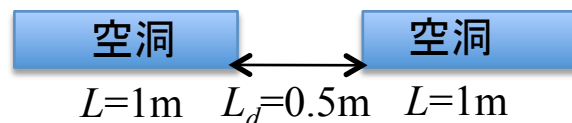
$$T_{ac}(s) = \int_0^s \frac{1}{c} \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} ds = \int_{\gamma_i}^{\gamma} \frac{1}{gc} \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} d\gamma = \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma^2 - 1} - \sqrt{\gamma_i^2 - 1} \right)$$

減速ビームが空洞中でかかる走行時間

$$T_{dc}(s) = \int_{\gamma_i}^{\gamma} \frac{1}{gc} \frac{-\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} d\gamma = \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_i^2 - 1} - \sqrt{\gamma^2 - 1} \right)$$

cERL空洞セクションでの走行時間

空洞セクション



加速ビームが空洞セクションでかかる走行時間

$$\begin{aligned}
 T_{ac}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{(\gamma_1 + gs)^2 - 1} - \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \right) & 0 \leq s \leq L \\
 T_{ac}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_2^2 - 1} - \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \right) + \frac{s-L}{c} \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_2^2 - 1}} & L \leq s \leq L + L_d \\
 T_{ac}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_2^2 - 1} - \sqrt{\gamma_1^2 - 1} \right) + \frac{L_d}{c} \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_2^2 - 1}} + \frac{s-L-L_d}{gc} \left(\sqrt{(\gamma_2 + gs)^2 - 1} - \sqrt{\gamma_2^2 - 1} \right) & L + L_d \leq s \leq 2L + L_d
 \end{aligned}$$

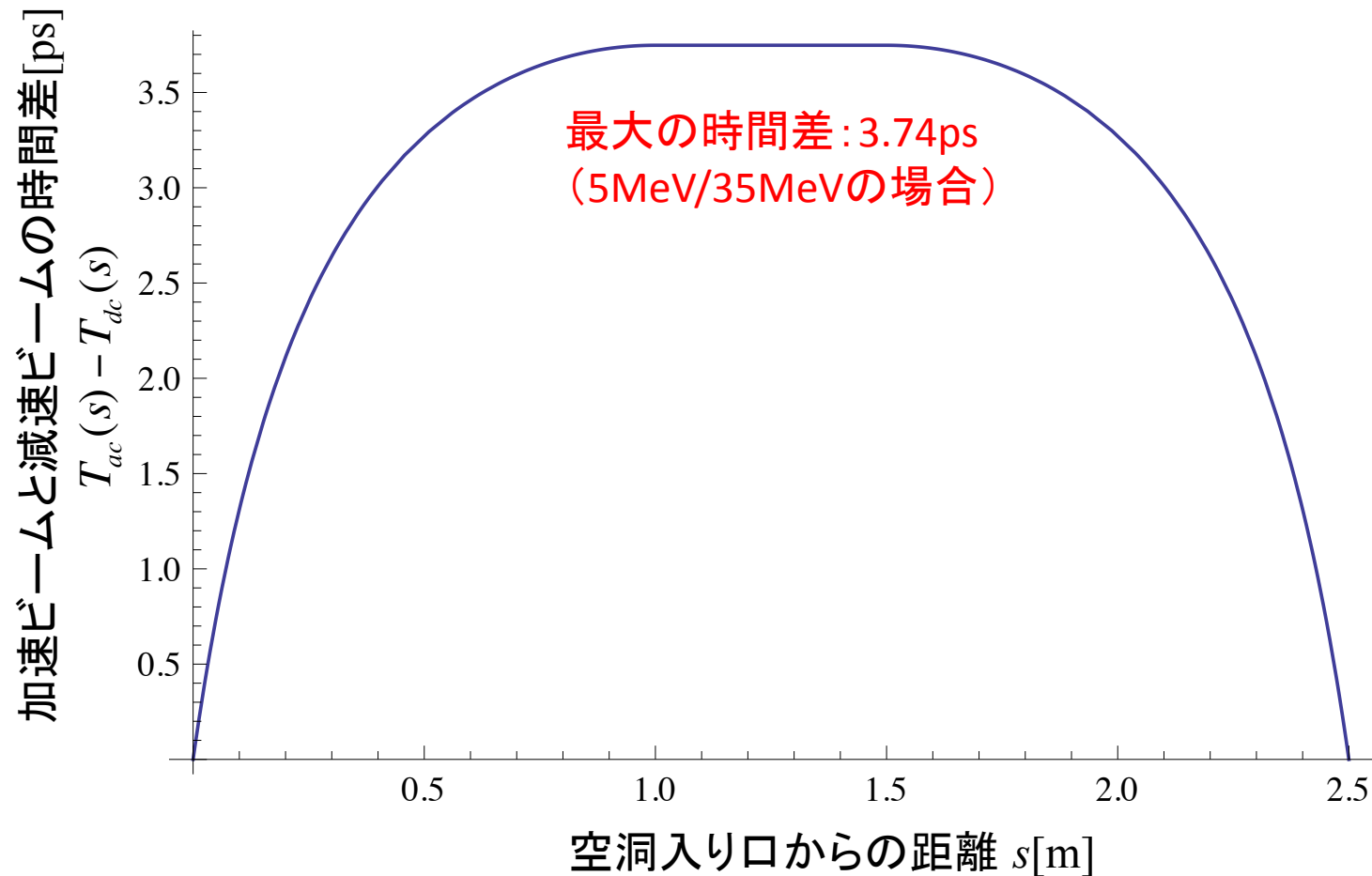
$$\gamma_1 = \frac{5[\text{MeV}]}{mc^2} = 9.7847, \quad \gamma_2 = \frac{20[\text{MeV}]}{mc^2} = 39.1389, \quad \gamma_3 = \frac{35[\text{MeV}]}{mc^2} = 68.4932$$

減速ビームが空洞セクションでかかる走行時間

$$\begin{aligned}
 T_{dc}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_3^2 - 1} - \sqrt{(\gamma_3 - gs)^2 - 1} \right) & 0 \leq s \leq L \\
 T_{ac}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_3^2 - 1} - \sqrt{\gamma_2^2 - 1} \right) + \frac{s-L}{c} \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_2^2 - 1}} & L \leq s \leq L + L_d \\
 T_{ac}(s) &= \frac{1}{gc} \left(\sqrt{\gamma_3^2 - 1} - \sqrt{\gamma_2^2 - 1} \right) + \frac{L_d}{c} \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_2^2 - 1}} + \frac{s-L-L_d}{gc} \left(\sqrt{\gamma_2^2 - 1} - \sqrt{(\gamma_2 - gs)^2 - 1} \right) & L + L_d \leq s \leq 2L + L_d
 \end{aligned}$$

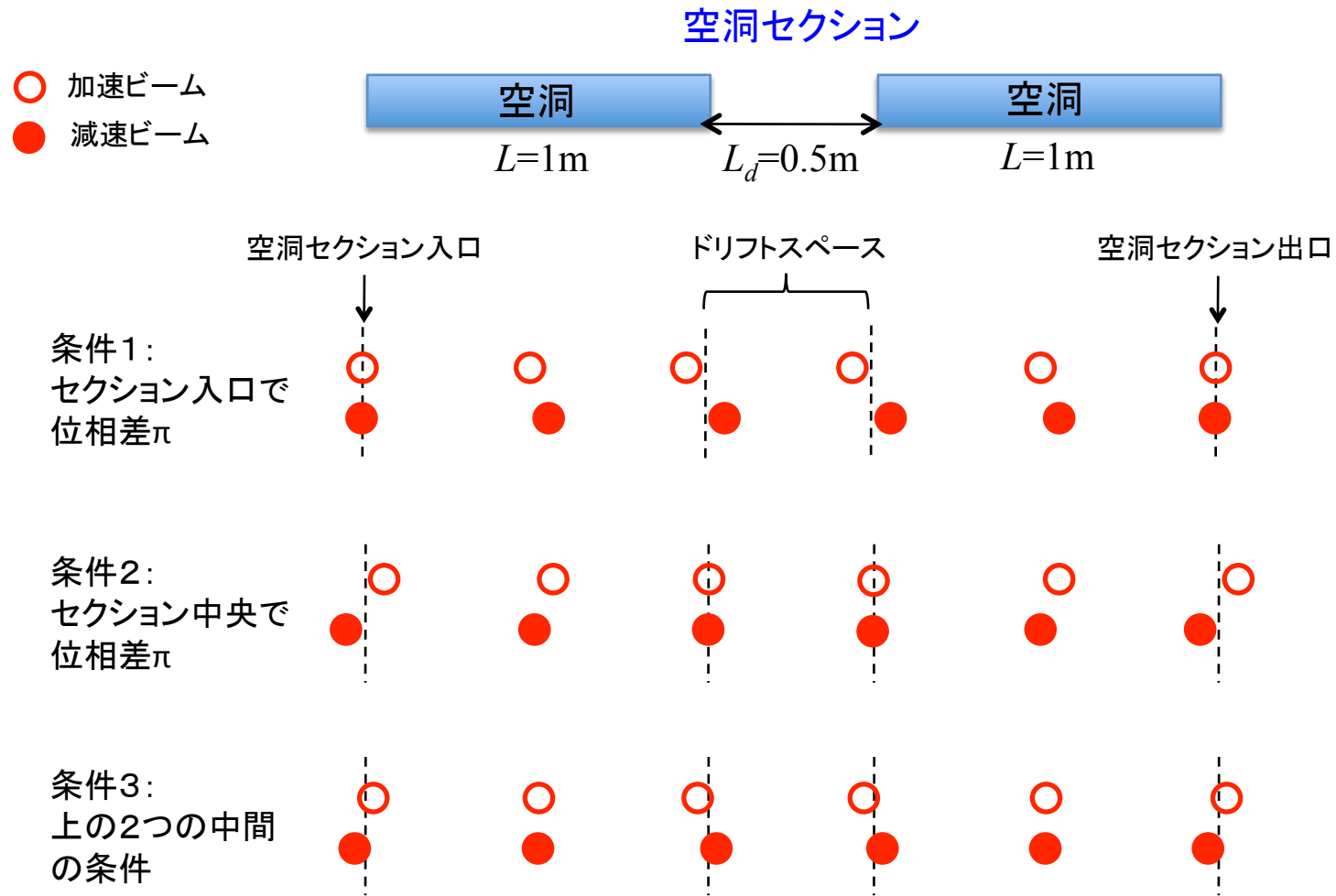
走行時間差の変化

空洞の入口で時間を合わせた場合の時間差の変化 $T_{ac}(s) - T_{dc}(s)$



最大の時間差は空洞間のドリフトスペースで、空洞入口出口での差はない。

初期条件による位相差の変化



まとめ

- cERL空洞セクション内での加速減速ビームの走行時間を解析的に計算した。
- 計算結果から、空洞セクション内での加速ビームと減速ビームの走行時間の差は、35MeV/5MeVビームで最大で3.74ps (RF位相差 1.75°)になる。周長の差にして、約1.1mmになる。
- 空洞入口で2つのビームの位相を合わせると空洞内で加速ビームの位相が遅れ、空洞中央で合わせると減速ビームの位相が遅れる。エネルギー回収に最適な条件は、その中間にある。