

ERLにおけるイオン捕獲の検討(1)

高エネルギー加速器研究機構(KEK)
物質構造科学研究所 坂中章悟

2006/09/15 第6回ERLビームダイナミクスWGミーティング

検討の目的

ERLでは、イオン捕獲による問題は起こるか？

起こるとすれば、どのような対策が考えられるか？

- ・ 特に、真空圧力を下げること(超高真空)は重要か？

→ ダクトのアパーチャー、排気系の設計方針と密接に関連

参考文献：（一般的なイオン捕獲に関する文献）

[1] G. Brianti, Proc. CERN Accelerator School, CERN 84-15 (1984) pp. 369-383.

[2] Y. Baconnier, Proc. CERN Accelerator School, CERN 85-19 (1985), pp. 267-300.

[3] Y. Baconnier, A. Poncet, P.F. Tavares, Proc. of CAS, CERN 94-01 (1994) pp. 525-564.

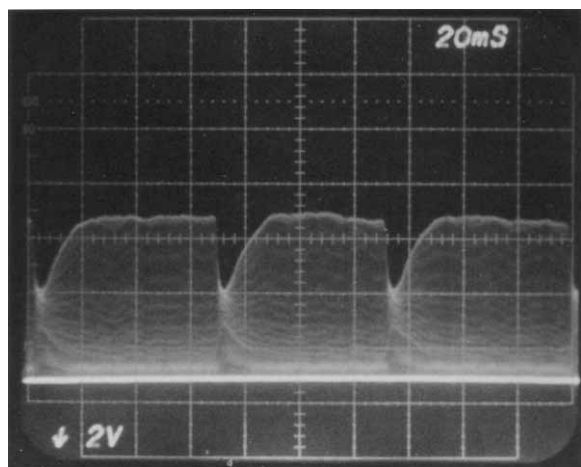
[4] A. Poncet, Proc. CERN Accelerator School, CERN 95-06 (1995) pp. 859-878.

（ERLにおけるイオン捕獲の検討）

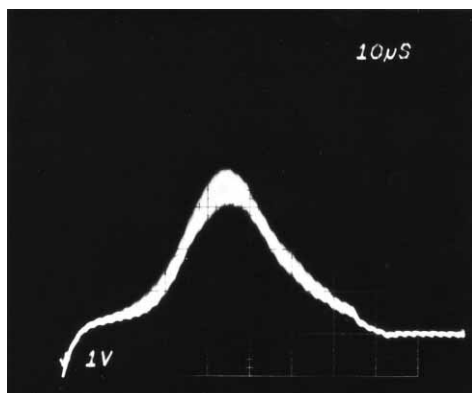
[5] G. H. Hoffstaetter, M. Liepe, Nucl. Instrum. & Methods A557 (2006) 205.

蓄積リングでのイオン捕獲による不安定性の例(1)

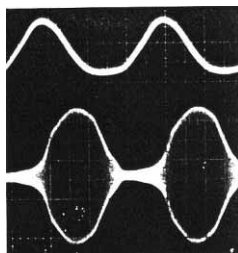
PFリング初期のころ(1986年、 $\epsilon_x \sim 400 \text{ nm}\cdot\text{rad}$)の例



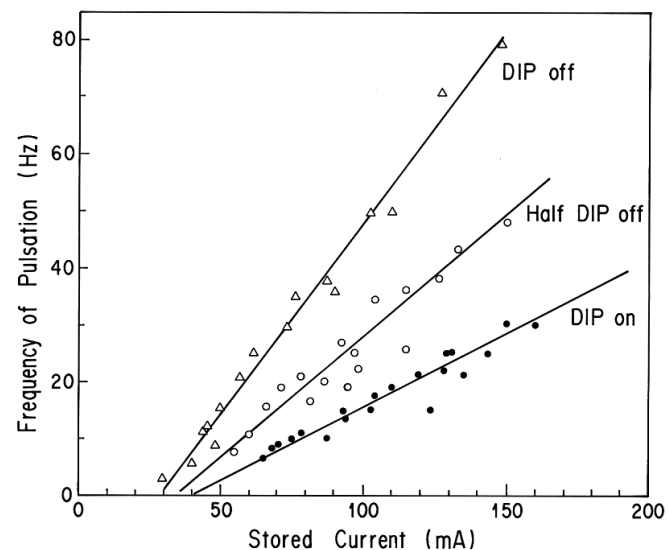
垂直ビームサイズのパルス変動



垂直ビームプロファイル



初期のpartial filling
の例



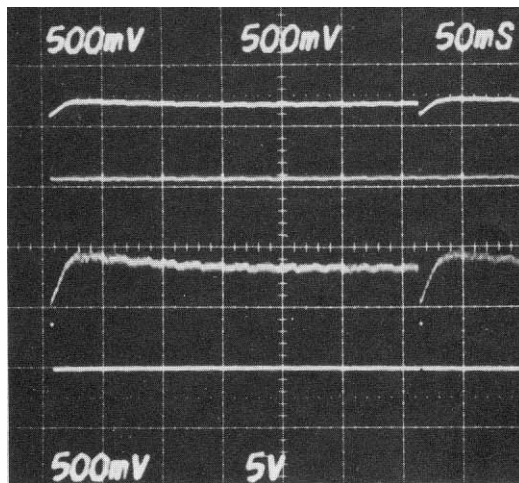
変動の周期は真空条件に依存.
(PF Activity Report 1982/83.)

- 対策: 1) 空バケツ (partial filling)
2) Octupole magnet
3) 良い真空 ($\sim 10^{-10}$ Torr台)

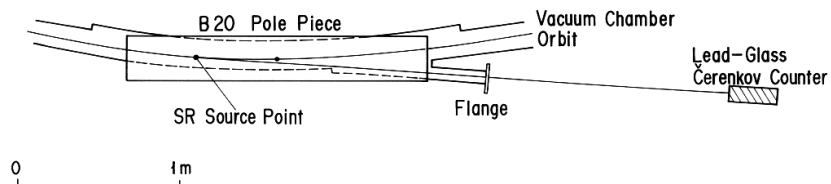
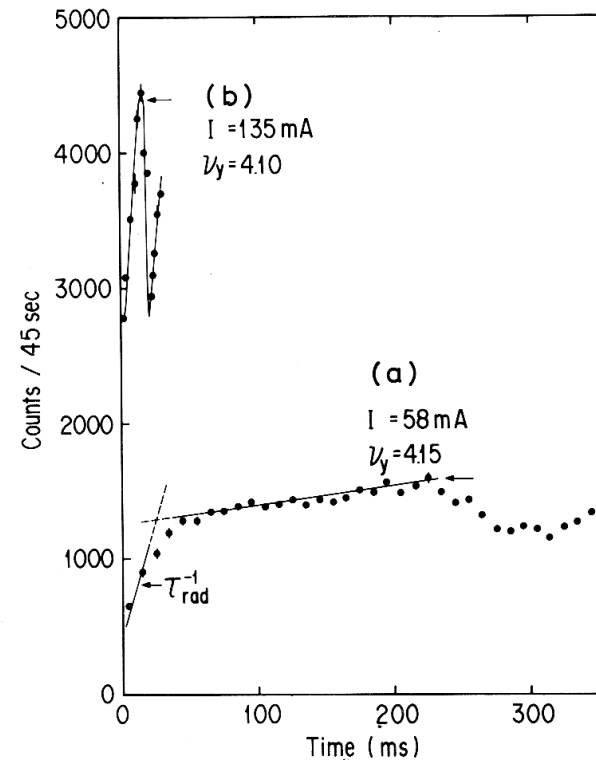
軌道上のイオンを制動放射によって観測した例

ビームの垂直方向パルス変動と同期して制動放射の計数をした。

H. Kobayakawa et al., Nucl. Instrum & Methods A248 (1986) 565.



垂直ビームプロファイル(slow sweep)

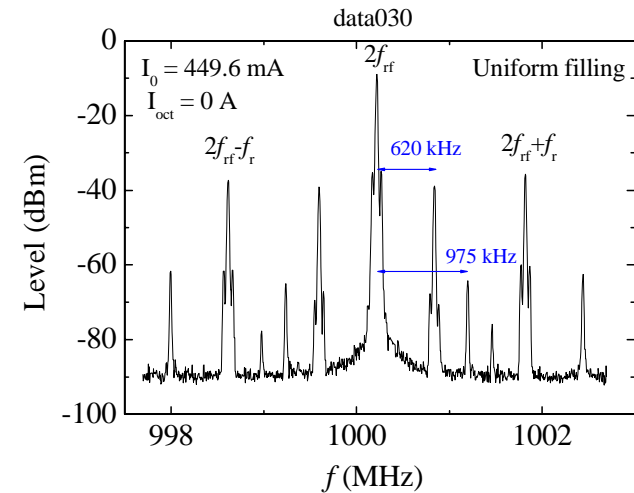


実験装置(PFリングの一部)

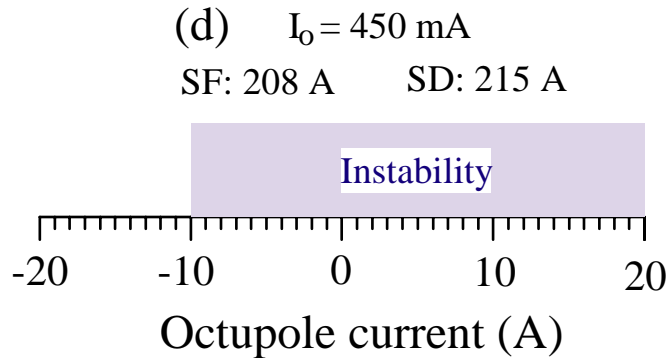
蓄積リングでのイオン捕獲による不安定性の例(2)

現在のPFリング(直線部改造後、2006/1/30のデータ)

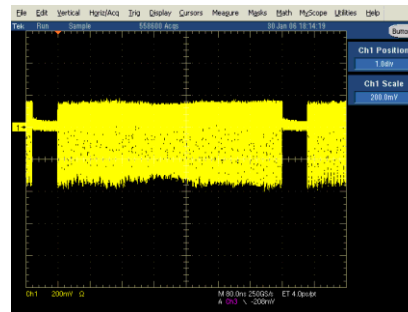
- ・ 対策をしないと、水平方向の不安定性が起こる。
- ・ Uniform filling の時に特に激しい(右図)
 - Fast feedback ON でも完全には止まらないことがある
 - FB ON で垂直方向の不安定性が起こることもある。
- ・ Partial filling にすると弱くなるが、完全には止まらない
 - さらに8極電磁石、または高速FBで止まる
 - 超高真空は必須。圧力が高いと、FBでも止まらないことがある



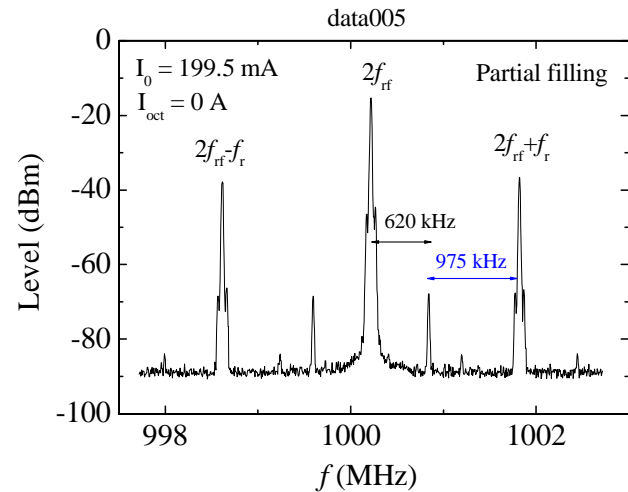
Uniform filling でのボタン電極スペクトル。
450 mA, octupole OFF, FB OFF.



8極電磁石の励磁で、不安定性
が起こる範囲。Partial filling,
FB OFF。



現在のpartial filling
の例。280/312 bucket
に電子を入れる。



Partial filling でのボタン電極スペクトル。
200 mA, octupole OFF, FB off.

ERLではイオン捕獲は問題か？

- イオンは捕獲されるか？ (Critical mass の問題)
- 捕獲された場合、考えられるビームへの影響
 - チューンシフト (ベータトロン振動の位相誤差)

- ビーム不安定性？
 - Fast ion instability ?
 - Multibunch beam breakup に似たメカニズムの可能性？
- 問題がありそうな場合、有効な対策は？
 - Clearing electrode
 - Bunch gap (RF電圧変調の問題あり)、など

残留ガスのイオン化

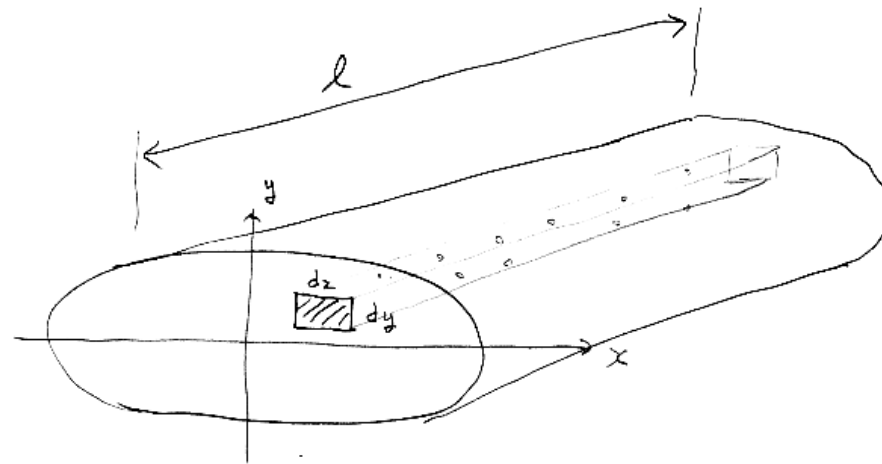
あるビームラインの区間(長さ ℓ)を考えた時、区間内にある電子ビームの粒子数と同数のイオンが作られる時間をイオン化時間(ionization time)と呼ぶ:

$$\tau_i = \frac{1}{\sigma_i d_m \beta c}$$

σ_i : イオン化断面積 (m^2)

d_m : 分子の密度 (m^{-3})

βc : ビームの速度 (m/s)



イオン化のevent rate: $R = \frac{I_0 d_m \sigma_i \ell}{e} \quad [\text{s}^{-1}]$

長さ ℓ 内のビーム粒子数: $N = \frac{I_0 \ell}{e \beta c}$

$$R \times \tau_i = N$$

残留ガスのイオン化

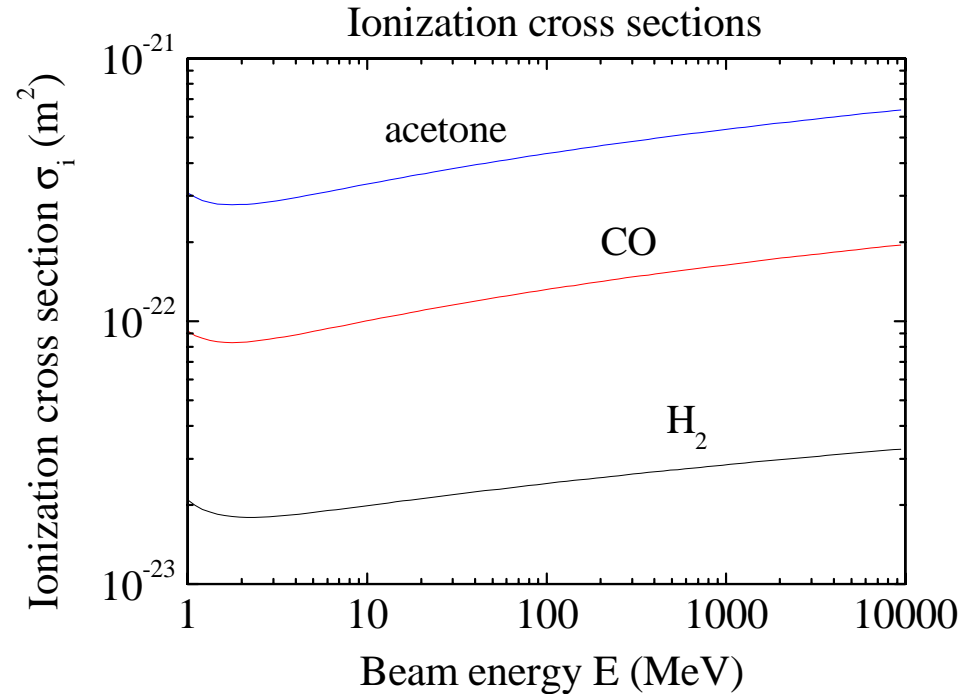
イオン化断面積： (c.f.) F.F. Rieke and W. Prepejchal, Phys. Rev. A6 (1972) 1507.

$$\sigma_i = 4\pi \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 (M^2 \cdot x_1 + C \cdot x_2)$$

$$x_1 = \beta^{-2} \ln \left(\frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \right) - 1$$

$$x_2 = \beta^{-2}$$

$$4\pi \left(\frac{\hbar}{mc} \right)^2 = 1.874 \times 10^{-24} [\text{m}^2]$$



主要な分子に対する定数 M^2 および C

分子	H ₂	CH ₄	H ₂ O	CO	Ar	CO ₂	acetone
M^2	0.5	4.2	3.2	3.7	3.7	5.8	11.9
C	8.1	41.9	32.3	35.1	38.1	55.9	118

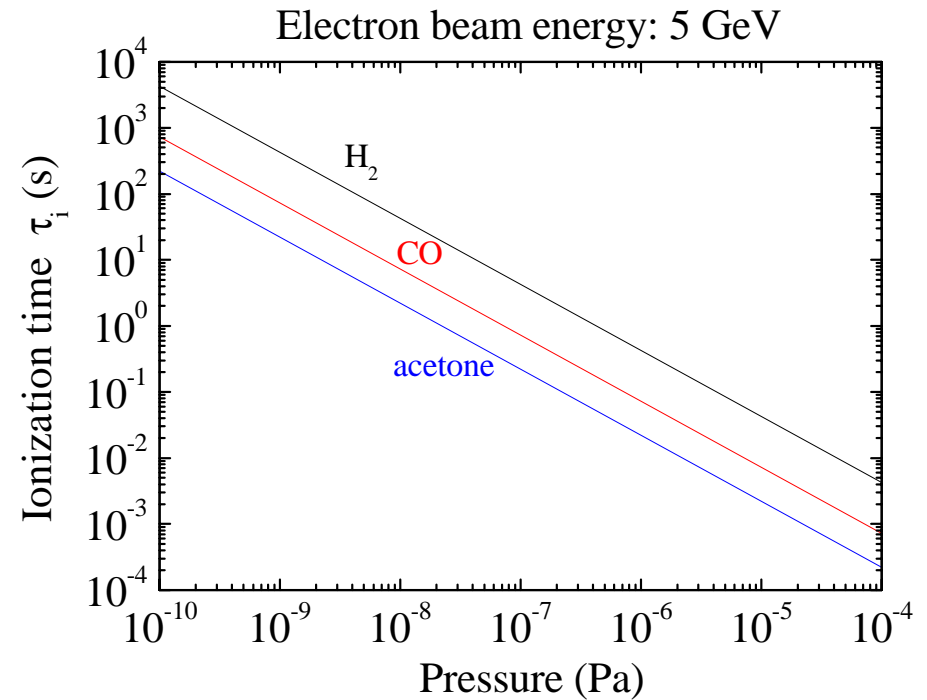
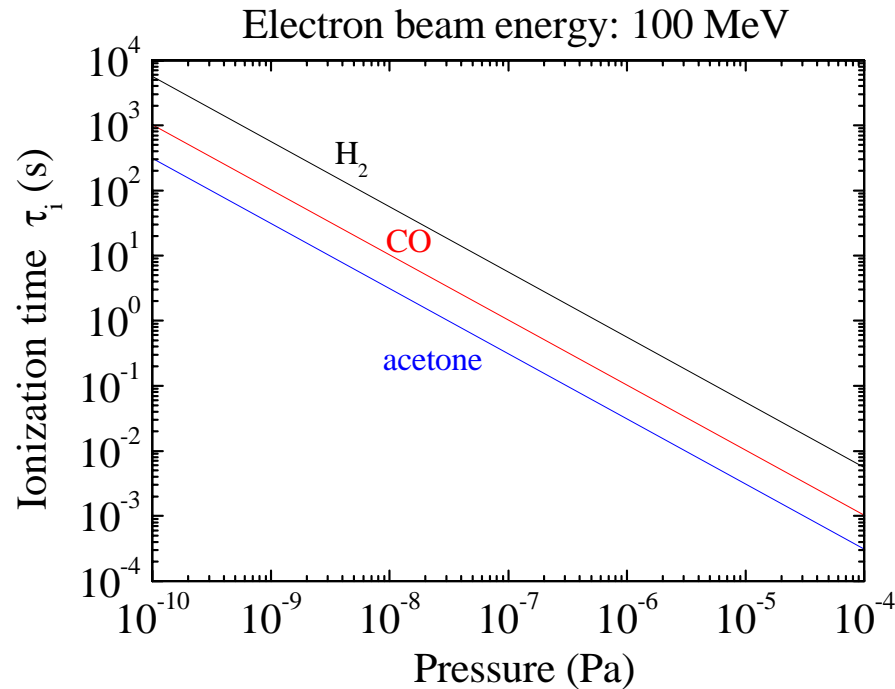
主要なガス分子に対するイオン化断面積

イオン化時間

圧力と密度の関係：理想気体の状態方程式より、

$$p = d_m k_B T$$

$$d_m [\text{m}^{-3}] = 7.246 \times 10^{22} \times \frac{p [\text{Pa}]}{T [\text{K}]}$$



主要なガス分子に対するイオン化時間

バンチしていないビーム：静電ポテンシャル

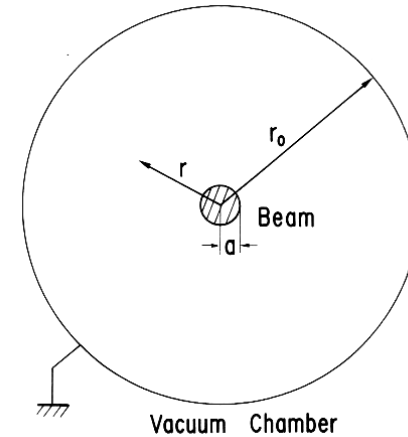
Coasting beam でビーム断面は円形(半径: a)と仮定

チェンバー形状も円形(半径: r_0)と仮定。

ビームの造る静電場:

$$E_r = -\frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \cdot \begin{cases} \frac{r}{a^2} & (r \leq a) \\ \frac{1}{r} & (r \geq a) \end{cases}$$

($-\lambda_e$): 電子ビームの線電荷密度 (C/m)



(例)

実証機: ビームサイズ $a \sim 100 \mu\text{m}$, $r_0 \sim 30 \text{ mm} \rightarrow a/r_0 \sim 3 \times 10^{-3}$, $(E_r)_{\text{max}} \sim 60 \text{ kV/m}$

実用機: ビームサイズ $a \sim 10 \mu\text{m}$, $r_0 \sim 30 \text{ mm} \rightarrow a/r_0 \sim 3 \times 10^{-4}$, $(E_r)_{\text{max}} \sim 600 \text{ kV/m}$
(ビーム電流: 100 mA)

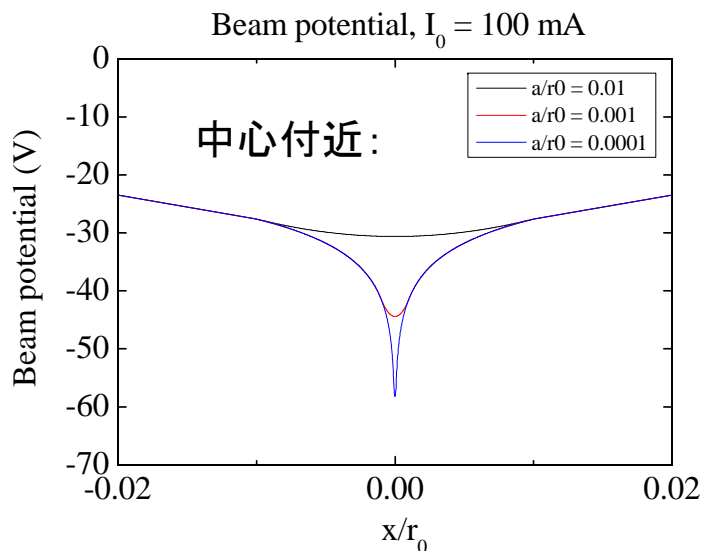
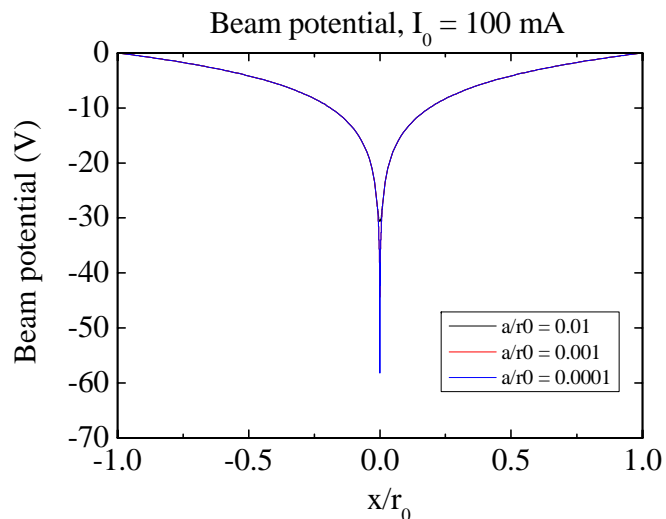
静電ポテンシャル:

$$V = -\int_{r_0}^r E_r dr = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \cdot \begin{cases} \ln\left(\frac{a}{r_0}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r^2}{2a^2} & (r \leq a) \\ \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) & (r \geq a) \end{cases}$$

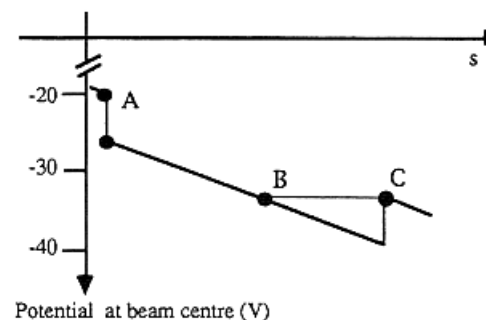
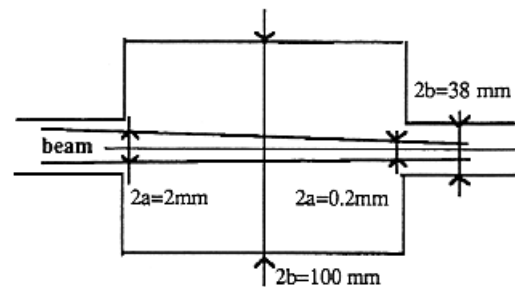
バンチしていないビーム：静電ポテンシャル(続)

ビームポテンシャルの例：

(例) 実証機：ビームサイズ $a \sim 100 \mu\text{m}$, $r_0 \sim 30 \text{ mm} \rightarrow a/r_0 \sim 3 \times 10^{-3}$
 実用機：ビームサイズ $a \sim 10 \mu\text{m}$, $r_0 \sim 30 \text{ mm} \rightarrow a/r_0 \sim 3 \times 10^{-4}$



$$V_{r=0} = \frac{\lambda_e}{2\pi\epsilon_0} \cdot \left[\ln\left(\frac{a}{r_0}\right) - \frac{1}{2} \right]$$



軸方向にポテンシャル井戸ができる可能性

(文献 [3] の Fig. 10 を引用)

バンチしていないビーム：静電ポテンシャル(続2)

ビームによってイオン化されたイオンは、熱エネルギー程度 ($\sim 1/40$ eV)

ほとんどのイオンは、静電ポテンシャルによってトラップされ、ビームの電荷を完全に中性化するまで蓄積されると考えられる。

中性化率 (neutralization factor) -- ここでの定義

$$\eta(s) = \frac{\lambda_i(s)}{\lambda_e}$$

λ_i : イオンの線電荷密度 (C/m)

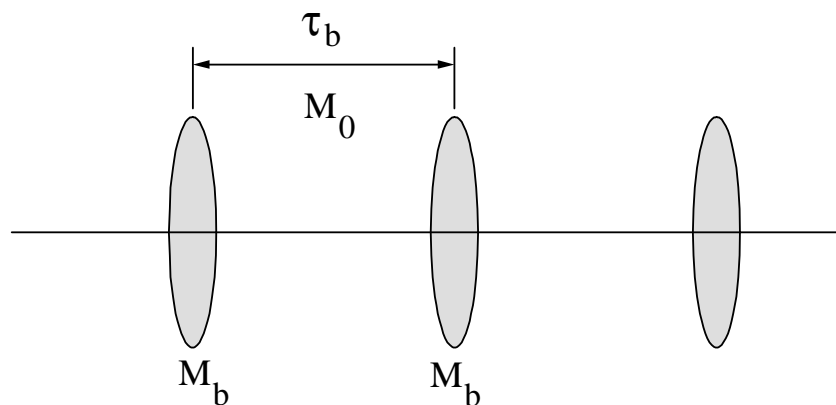
$-\lambda_e$: 電子ビームの線電荷密度 (C/m)

中性化率は1以下である。

Bunched beam におけるイオンの安定性

Original paper: Y. Baconnier and G. Brianti, CERN/SPS/80-2 (DI), 1980.

イオンはバンチが通過した時にインパルス的な収束力を受け、その間では自由に運動する。



Kick factor (y方向)

$$a_y = \frac{2r_p c}{\beta \sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)} \frac{N_b}{A/Z}$$

バンチからの収束力(電場による)を線形近似 (thin focusing lens) :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -a_y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \end{pmatrix}_0$$

バンチとバンチの間 (drift) :

$$\begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \tau_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \dot{y} \end{pmatrix}_1$$

r_p : 古典陽子半径、 N_b : バンチ当たりの粒子数、 A : イオンの質量数(= m_{ion}/m_p)、 Ze : イオンの電荷、 βc : ビームの速度、 σ_x, σ_y : ビームサイズ (ガウス分布を仮定)

Bunched beam におけるイオンの安定性(続)

イオンの運動の安定条件: $\cos \mu = \text{Tr}(M)/2$ $|\cos \mu| < 1$

$$M_y = \begin{pmatrix} 1 & \tau_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -a_y & 1 \end{pmatrix}$$

Critical mass より重いイオンが安定である:

$$A/Z > A_c^y$$

$$A_c^y = \frac{r_p c \cdot N_b \tau_b}{2\beta \sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)}$$

(例) ERLの典型的な運転モードにおいて

x, y方向のビームサイズを等しいと仮定する: $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$

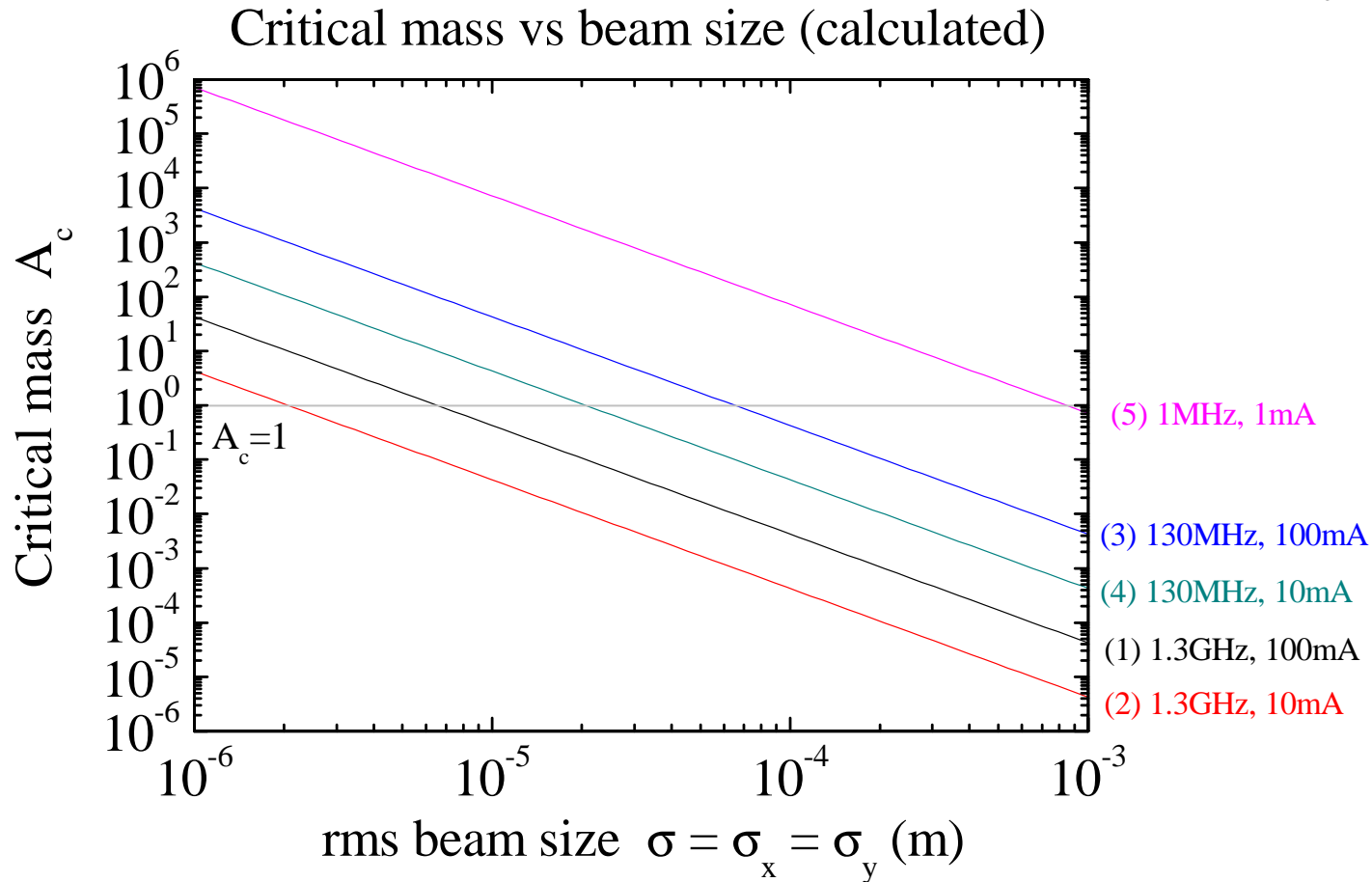
$\beta=1$ とし、ビームの繰り返し周波数を f_b とする: $I_0 = eN_b f_b$ $\tau_b = \frac{1}{f_b}$

$$A_c = \frac{r_p c}{4e\beta} \frac{I_0}{\sigma^2 f_b^2} \approx 7.195 \times 10^8 \times \frac{I_0}{\sigma^2 f_b^2}$$

Bunched beam におけるイオンの安定性(続)

ERL における critical mass の概算:

$$A_c \approx 7.195 \times 10^8 \times \frac{I_0}{\sigma^2 f_b^2}$$



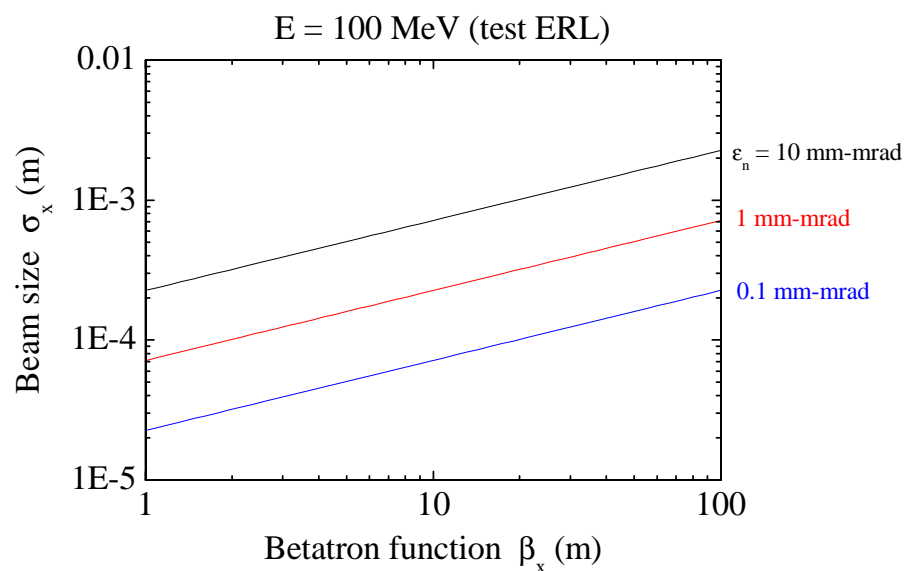
バンチ繰り返しの高い運転モードでは、critical massによるイオン捕獲の抑制効果はあまり期待できない。

(参考) ベータatron関数に対するビームサイズ

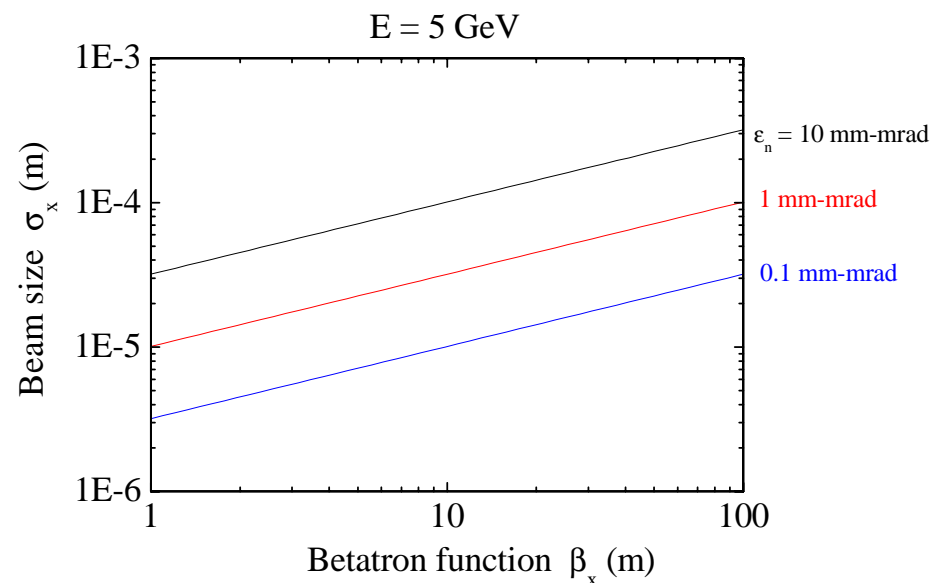
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\beta_x \varepsilon_n}{\gamma \beta}}$$

(分散の効果は入っていない)

実証機 (E ~ 100 MeV)



実用機 (E ~ 5 GeV)



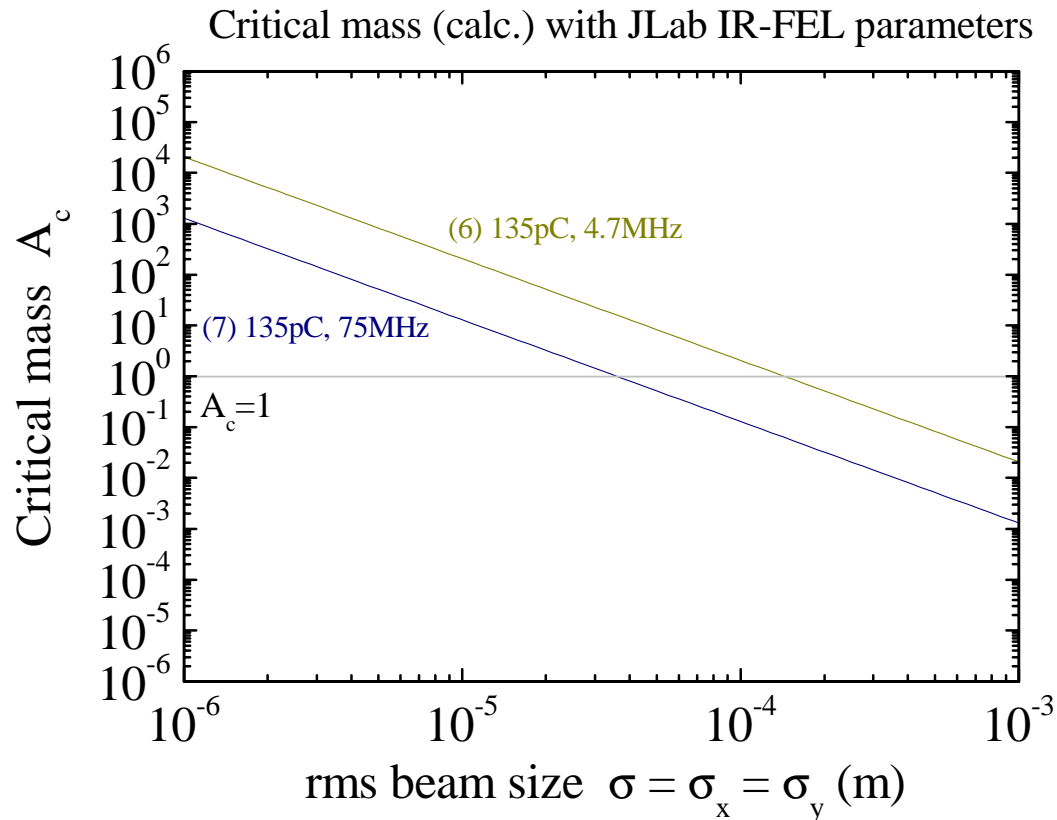
Bunched beam におけるイオンの安定性(続2)

Critical mass の概算

(JLab IR-FELのパラメータ)

Bunch charge: 135 pC/bunch
Rep. rate: 4.7-75 MHz
を仮定

$\beta_{av} \sim 5 \text{ m}$, $\varepsilon_n \sim 30 \text{ mmmrad}$
 $E = 100 \text{ MeV}$ ならば、
 $\sigma \sim 0.87 \text{ mm}$ 程度

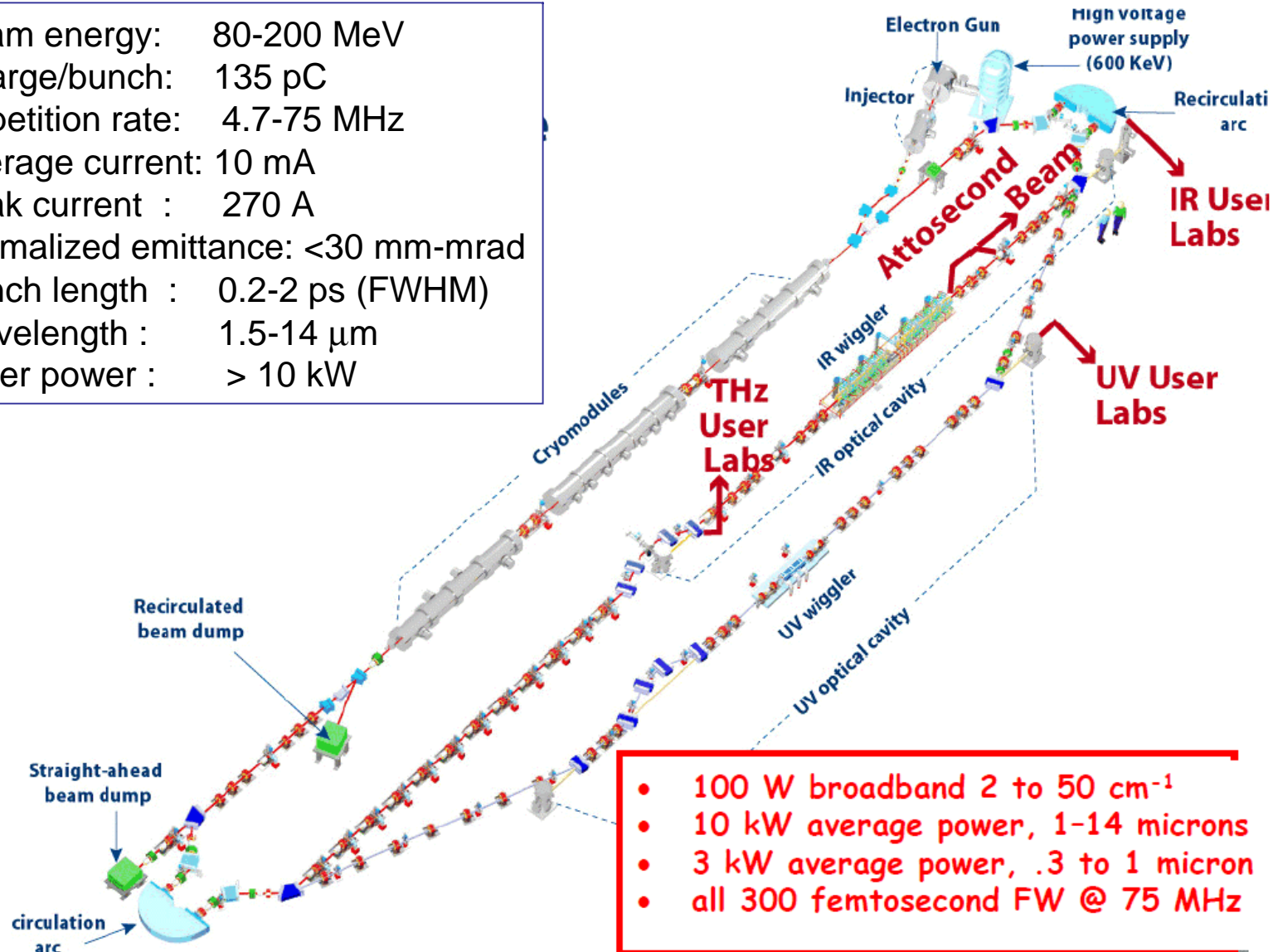


Beam energy:	80-200 MeV
Charge/bunch:	135 pC
Repetition rate:	4.7-75 MHz
Average current:	10 mA
Peak current :	270 A
Normalized emittance:	<30 mm-mrad
Bunch length :	0.2-2 ps (FWHM)
Wavelength :	1.5-14 μm
Laser power :	> 10 kW

イオンは捕獲されてもおかしくない。JLab では何らかの現象が観測されているのか？

(参考) Jefferson Lab. IR-FEL

Beam energy: 80-200 MeV
Charge/bunch: 135 pC
Repetition rate: 4.7-75 MHz
Average current: 10 mA
Peak current : 270 A
Normalized emittance: <30 mm-mrad
Bunch length : 0.2-2 ps (FWHM)
Wavelength : 1.5-14 μm
Laser power : > 10 kW



イオンの空間電荷による蓄積の限界 (bunched beam)

蓄積されたイオンの空間電荷を考慮: $M_0 = \begin{pmatrix} 1 & \tau_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow M_{\text{ion}} = \begin{pmatrix} \cosh(g\tau_b) & \frac{\sinh(g\tau_b)}{g} \\ g \sinh(g\tau_b) & \cosh(g\tau_b) \end{pmatrix}$

イオンの造る電場を線形近似:

$$g^2 = \frac{Ze}{Am_p} \frac{\partial E_y^{\text{ion}}}{\partial y} \quad \frac{\partial E_y^{\text{ion}}}{\partial y} = \frac{d_i}{\epsilon_0} \frac{Ze}{1 + \frac{\sigma_y^i}{\sigma_x^i}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_i}{\sigma_y^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)}$$

d_i : イオンの密度(m^{-3}), σ_x^i, σ_y^i : イオンのx, y 方向のrmsサイズ (gaussian仮定)

転送行列: $\cos \mu = \cosh(g\tau_b) - \frac{a_y}{2g} \sinh(g\tau_b)$

$g\tau_b < 1$ の場合: $\cos \mu \approx 1 - \frac{a_y \tau_b}{2} + \frac{(g\tau_b)^2}{2}$

左下の式で、 $k = \frac{r_p c^2}{2e} \frac{\tau_b^2}{\sigma_y^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)}$

イオンの安定条件より:

$$A/Z > A_c - k \cdot \lambda_i$$

→ Critical mass が下がる効果

$$\lambda_i < \lambda_e \cdot \frac{\sigma_y^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)}{\sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)}$$

→ イオンの線電荷の制限値を与える

捕獲イオン雲のビームへの影響(可能性)

- チューンシフト(ベータatron振動の位相誤差)
 - Hoffstaetter の検討では、これだけでも大問題か？
 - 恐らく incoherent tune shift (個々の電子のチューンに影響を与える)
- ビーム不安定性？
 - Fast ion instability ?
 - Multibunch beam breakup に似たメカニズムの可能性？

イオンによるチューンシフト(ベータトロン位相エラー)

Tune shift:
$$(\Delta\nu_{x,y})_{\text{ion}} = \frac{1}{4\pi} \int \beta_{x,y}(s) K_{x,y}(s) ds$$

イオンによる収束力:
$$K_x(s) = \frac{e}{\gamma m_e c^2 \beta^2} \frac{\partial E_x^{\text{ion}}}{\partial x}$$

線形近似 (Gaussian):
$$\frac{\partial E_x^{\text{ion}}}{\partial x} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_i}{\sigma_x^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)}$$

イオンによる tune shift:

$$(\Delta\nu_x)_{\text{ion}} = \frac{r_e}{2\pi\gamma\beta^2 e} \int_0^L \frac{\beta_x \lambda_i}{\sigma_x^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)} ds$$

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$$

$$(\Delta\nu_y)_{\text{ion}} = \frac{r_e}{2\pi\gamma\beta^2 e} \int_0^L \frac{\beta_y \lambda_i}{\sigma_y^i (\sigma_x^i + \sigma_y^i)} ds$$

中性化率:
$$\eta(s) = \frac{\lambda_i(s)}{\lambda_e}$$

$$(\Delta\nu_{x,y})_{\text{ion}} = \frac{r_e I_0}{2\pi\gamma\beta^3 c e} \left\langle \frac{\beta_{x,y}(s) \eta(s)}{\sigma_x^i \sigma_y^i \left(1 + \frac{\sigma_{x,y}^i}{\sigma_{y,x}^i}\right)} \right\rangle L$$

L: ビームラインの長さ

イオンによるチューンシフト(続2)

概算するために、次の仮定をおく。

1) イオンのサイズはビームサイズとだいたい等しい(必ずしも成り立たないが)

即ち、 $\sigma_x^i \approx \sigma_x$, $\sigma_y^i \approx \sigma_y$

2) x, y 方向のベータatron関数はだいたい等しい: $\sigma_x = \sigma_y = \sqrt{\frac{\beta_x \epsilon_n}{\gamma\beta}}$

この場合、イオンによる tune shift:

$$\left(\Delta\nu_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx \frac{r_e I_0}{4\pi\beta^2 c e \epsilon_n} \langle \eta \rangle L$$

$\beta = 1$, $r_e = 2.818 \times 10^{-15}$ m, $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C,
 $\beta c = 3 \times 10^8$ m/s を用いれば:

$$\left(\Delta\nu_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx 4.67 \times 10^{-6} \times \frac{I_0 [\text{A}] \cdot \langle \eta \rangle \cdot L [\text{m}]}{\epsilon_n [\text{m} \cdot \text{rad}]}$$

イオンによるチューンシフト(続3)

$$\left(\Delta v_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx 4.67 \times 10^{-6} \times \frac{I_0[\text{A}] \cdot \langle \eta \rangle \cdot L[\text{m}]}{\varepsilon_n[\text{m} \cdot \text{rad}]}$$

(例) $I_0 = 0.1 \text{ A}$, $\varepsilon_n = 10^{-6} \text{ mrad}$ では、 $\left(\Delta v_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx 0.46 \times \langle \eta \rangle \times L[\text{m}]$

実証機 ($L \sim 100 \text{ m}$) : $\left(\Delta v_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx 46 \times \langle \eta \rangle$

実用機 ($L \sim 1000 \text{ m}$) : $\left(\Delta v_{x,y}\right)_{\text{ion}} \approx 460 \times \langle \eta \rangle$

仮に $\Delta v < 0.1$ を要求するならば、

実証機: $\langle \eta \rangle \sim 2 \times 10^{-3}$ 以下, 実用機: $\langle \eta \rangle \sim 2 \times 10^{-4}$ 以下が必要である。

ベータatron位相エラーへの制限は、絶対値 (Δv or $\Delta \phi$) か相対値 ($\Delta v/v$) のどちらで考えるべきか？

Hoffstaetterの論文では、相対値で10%以下のベータatron位相エラーを要求している。その時、100mAでは中性化率 $\theta < 1.4 \times 10^{-3}$ を要求。
 $v \sim 10$ 程度であれば、上記の値と大体合っている。

まとめ

- バンチ繰り返し1.3 GHzの運転では、critical mass によるイオン捕獲の禁止は期待出来ず、イオンが捕獲される可能性が大きい。
- 捕獲されたイオンの横方向サイズがビームサイズと同程度であるとすれば、ERLでは超低エミッタンスのため、イオンの空間電荷によるチューンシフトが大きくなり得る。
- チューンシフトだけからでも、neutralization factor η は1より十分に小さくする必要がありそうである。
- 今後の検討事項：
 - イオンと電子ビームの相互作用による不安定性が起こり得るか？
 - イオン捕獲への有効な対策は？
 - 真空度は重要か？