

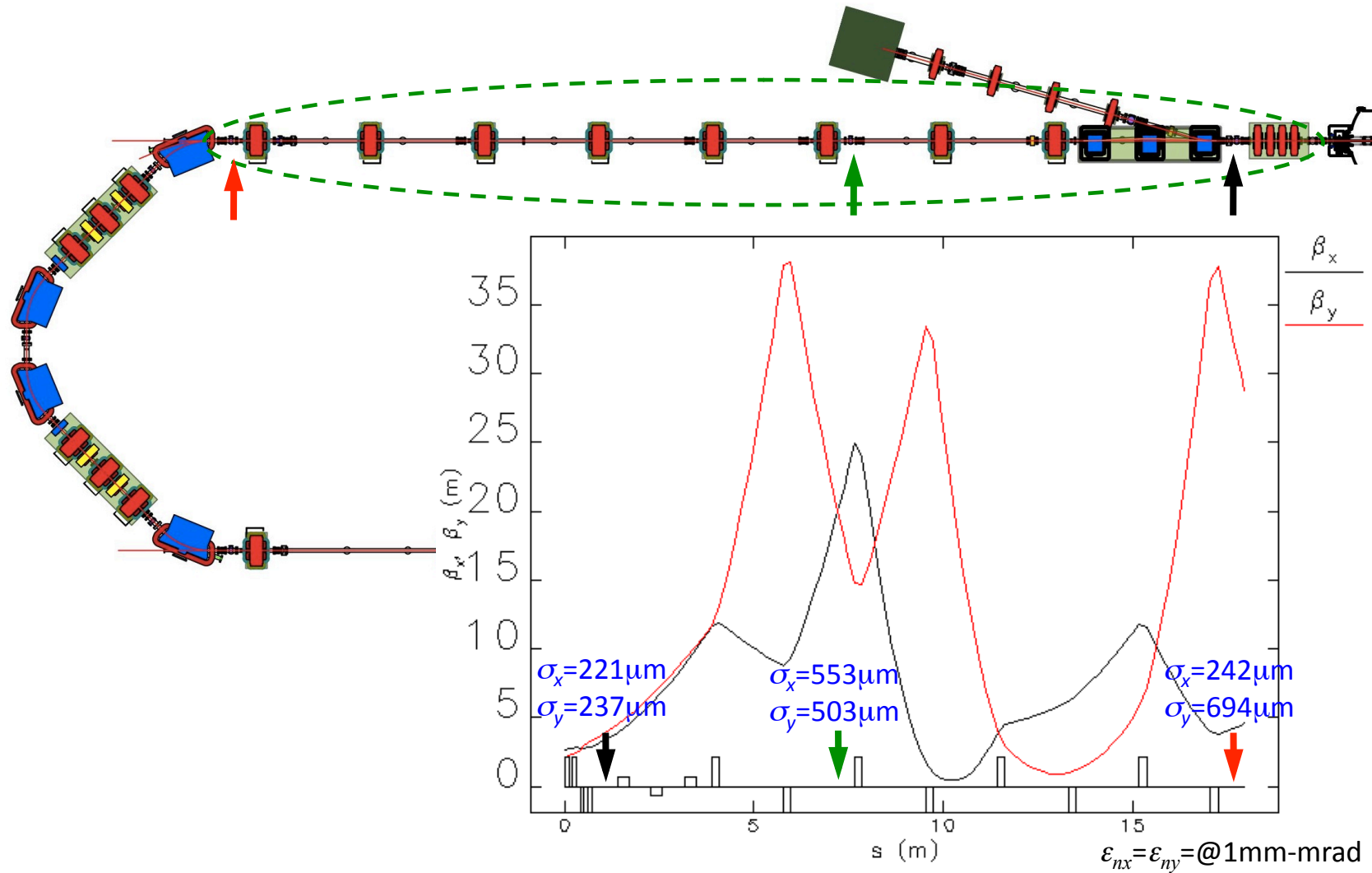
# 北側直線部でのQ-Scan法による エミッタンス測定の可能性

高エネルギー加速器研究機構

中村 典雄

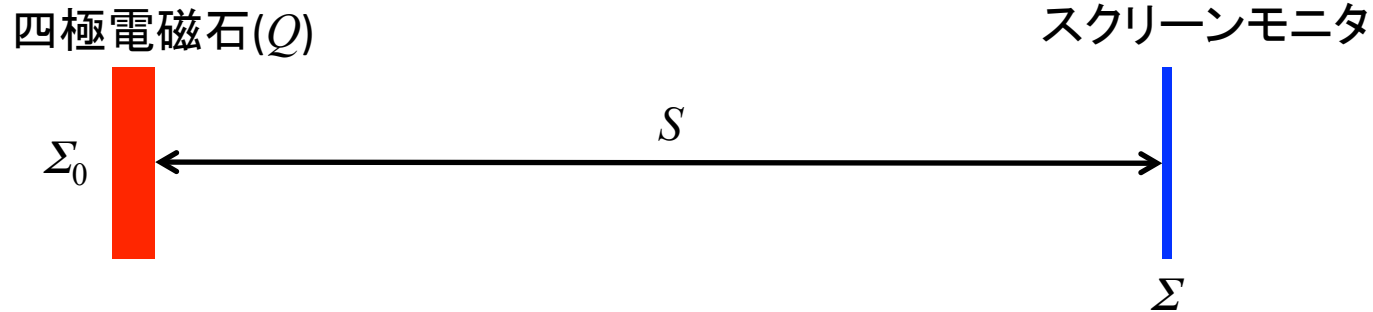
2012年12月06日 ビームダイナミクスWGミーティング

# 北側直線部のラティス & オプティクス



現状のスクリーンモニタ配置(矢印)でエミッタンス測定は可能か。

# Q-Scan法によるエミッタンス測定(1)



ビーム行列(Beam Matrix)

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} = \varepsilon_x \begin{pmatrix} \beta_x & -\alpha_x \\ -\alpha_x & \gamma_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle x^2 \rangle & \langle xx' \rangle \\ \langle xx' \rangle & \langle x'^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{if } \langle x \rangle = 0)$$

$$\varepsilon_x = \det \Sigma = \Sigma_{11}\Sigma_{22} - \Sigma_{12}\Sigma_{21} = \langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2$$

ビーム行列(Beam Matrix)の転送

$$\Sigma = R\Sigma_0R^T = SQ\Sigma_0Q^T S^T$$

$$R = SQ = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} + kS_{12} & S_{12} \\ S_{21} + kS_{22} & S_{22} \end{pmatrix} \quad \text{thin lens近似}$$

$$\Sigma_{11} = S_{12}^2 \Sigma_{110} k^2 + 2(S_{11}S_{12}\Sigma_{110} + S_{12}^2 \Sigma_{120})k + (S_{11}^2 \Sigma_{110} + 2S_{11}S_{12}\Sigma_{120} + S_{12}^2 \Sigma_{220})$$

# Q-Scan法によるエミッタンス測定(2)

ビーム行列の $k$ 依存性

$$\begin{aligned}\Sigma_{11} &= A(k - B)^2 + C \\ &= Ak^2 - 2ABk + (C + AB^2)\end{aligned}$$

$$A = S_{12}^2 \Sigma_{110}, \quad B = -\frac{S_{11}S_{12}\Sigma_{110} + S_{12}^2 \Sigma_{120}}{S_{12}^2 \Sigma_{110}}, \quad C = S_{12}^2 \left( \Sigma_{220} - \frac{\Sigma_{120}^2}{\Sigma_{110}} \right)$$

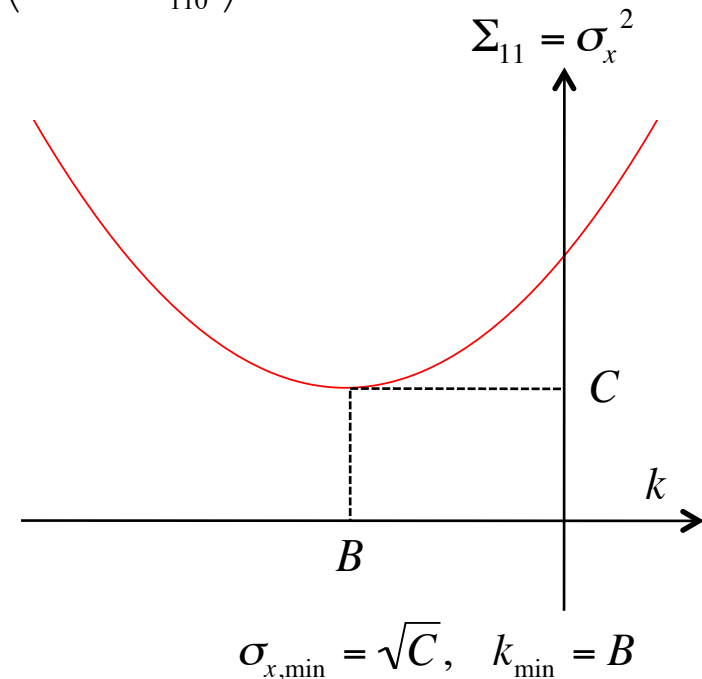
$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{AC}}{S_{12}^2}, \quad \beta_x = \sqrt{\frac{A}{C}}, \quad \alpha_x = \sqrt{\frac{A}{C}} \left( B + \frac{S_{11}}{S_{12}} \right)$$

ドリフトスペースの場合

$$S = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (S_{11} = S_{22} = 1, S_{12} = L, S_{21} = 0)$$

$$A = L^2 \varepsilon_x \beta_{x0}, \quad B = \frac{\alpha_{x0}}{\beta_{x0}} - \frac{1}{L}, \quad C = \frac{L^2 \varepsilon_x}{\beta_{x0}}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{AC}}{L^2}, \quad \beta_x = \sqrt{\frac{A}{C}}, \quad \alpha_x = \sqrt{\frac{A}{C}} \left( B + \frac{1}{L} \right)$$



ビームサイズ2乗の $k$ 依存性データを2次曲線でfitして、エミッタンスを求める。

# 空間電荷効果の影響

2次元rmsビームエンベロープ方程式

$$\sigma_x' = \frac{\varepsilon_{nx}^2}{\gamma^2 \beta^2 \sigma_x^3} + \frac{I}{\gamma^3 \beta^3 I_0 (\sigma_x + \sigma_y)}$$
$$\sigma_y' = \frac{\varepsilon_{ny}^2}{\gamma^2 \beta^2 \sigma_y^3} + \frac{I}{\gamma^3 \beta^3 I_0 (\sigma_x + \sigma_y)}$$

右辺第1項: 熱エミッタンスの項  
右辺第2項: 空間電荷効果の項

$\sigma_x, \sigma_y$ : 水平・垂直rmsビームサイズ

$I$ : ピーク電流  $I = Q/\sqrt{2\pi}\sigma_t$

$Q$ : バンチ電荷

$\sigma_t$ : バンチ長

$I_0$ : Alfvén電流, 17000A

$\varepsilon_{nx}, \varepsilon_{ny}$ : 水平・垂直規格化エミッタンス

$\gamma, \beta$ : ローレンツ因子, 電子速度/光速度

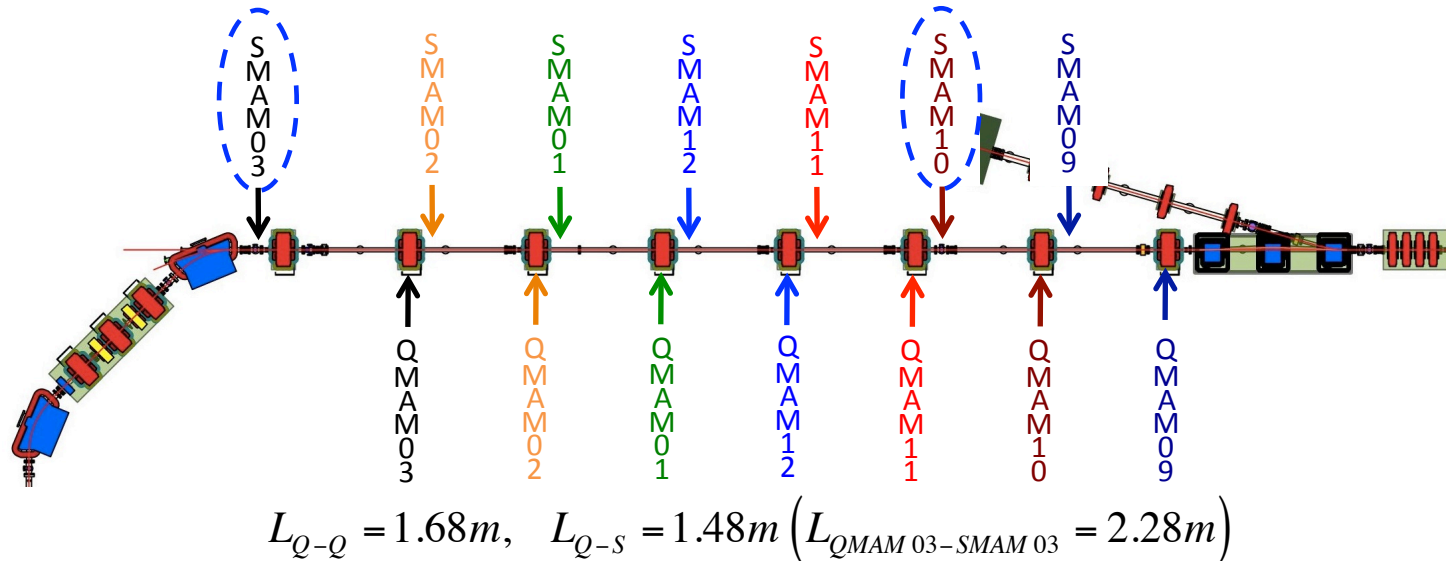
空間電荷効果の影響

エンベロープ方程式の右辺2項の比

$$R_x = \frac{I\sigma_x^3}{I_0(\sigma_x + \sigma_y)\gamma\beta\varepsilon_{nx}^2}$$
$$R_y = \frac{I\sigma_y^3}{I_0(\sigma_x + \sigma_y)\gamma\beta\varepsilon_{ny}^2}$$

Q-Scan法による測定が有効であるためには、 $R_{x,y} \ll 1$ であることが必要である。

# Q-Scanエミッタンス測定配置(1)



## CERN北側直線部(加速後)

### 北側直線部のエミッタンス測定

- (1) 単純なQ-scan配置(四極電磁石ースクリーンモニタ間はドリフトスペース)
- (2) 四極電磁石ースクリーンモニタ間のドリフトスペース長  $L=1.48m$ を仮定  
QMAM03-SMAM03間のみ $L=2.28m$ を仮定
- (3) 7つの配置案について比較検討
- (4) モニタの測定可能ビームサイズ $0.1mm$ (YAG Screenを仮定)
- (5) 規格化エミッタンス  $1.0 \text{ mm-mrad}$

# Q-Scanパラメータ(1)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$

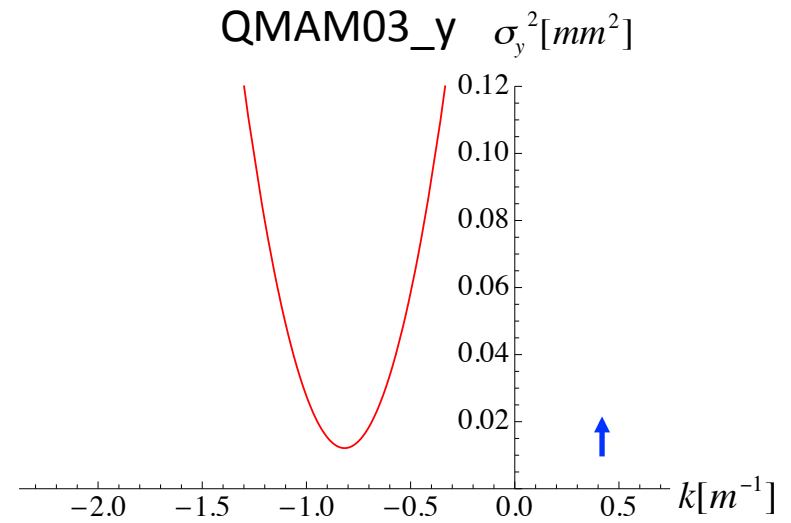
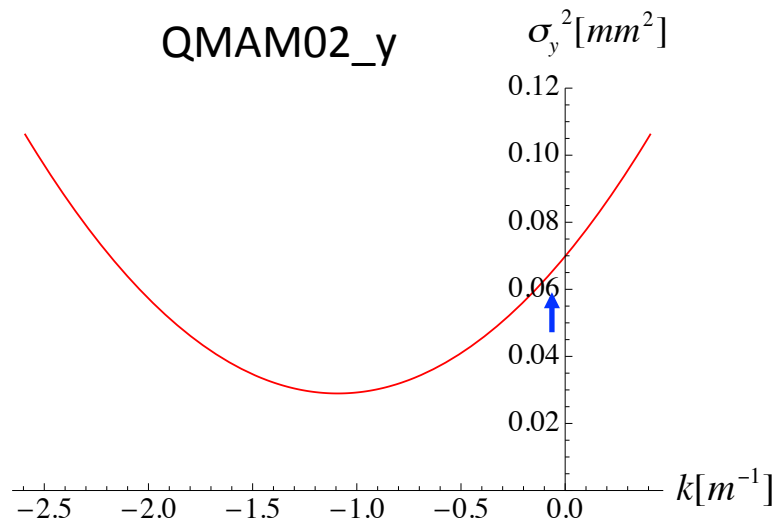
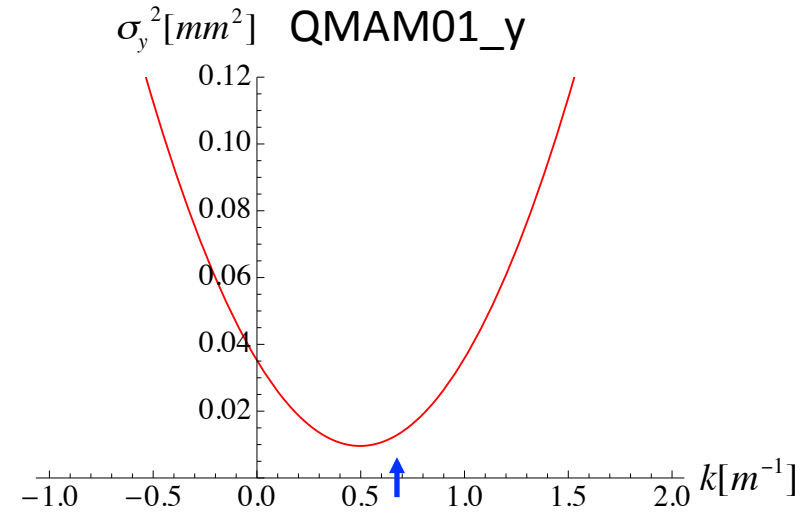
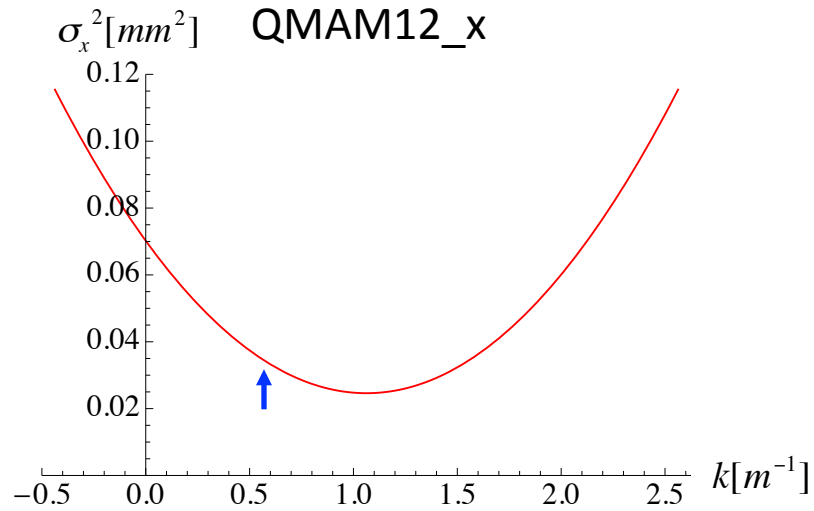
Scanned Q	$A_x[\text{m}^4]$	$k_{\min} [\text{m}^{-1}]$	$k_{\text{ini}}[\text{m}^{-1}]$	$\sigma_{x,\min}[\text{um}]$	$\sigma_y[\text{um}]$	$R_x$
QMAM09	3.815E-07	-0.85578	-0.27347	51.03	1058.33	0.000158
QMAM10	2.714E-07	-0.58790	0.46730	60.50	615.58	0.000165
QMAM11	8.226E-07	-0.90452	-0.66365	34.75	1641.09	0.000065
QMAM12	4.036E-08	1.06274	0.58041	156.90	454.91	0.014069
QMAM01	1.402E-07	-1.38466	-0.66276	84.17	1040.40	0.002008
QMAM02	1.992E-07	-0.78983	0.07614	70.64	708.41	0.000999
QMAM03	9.134E-07	-0.59680	-0.41554	78.27	1143.42	0.000597

Scanned Q	$A_y[\text{m}^4]$	$k_{\min} [\text{m}^{-1}]$	$k_{\text{ini}}[\text{m}^{-1}]$	$\sigma_{y,\min}[\text{um}]$	$\sigma_x[\text{um}]$	$R_y$
QMAM09	3.798E-07	-0.83107	0.27347	51.03	1025.65	0.000159
QMAM10	1.254E-06	-0.91607	-0.46730	28.14	2052.25	0.000036
QMAM11	4.349E-07	-0.30707	0.66365	47.80	407.82	0.000123
QMAM12	1.098E-06	-0.87403	-0.58048	30.08	1831.87	0.000185
QMAM01	1.036E-07	-1.38466	0.66276	97.94	334.56	0.002771
QMAM02	3.432E-08	-1.09166	-0.07614	170.14	438.80	0.006323
QMAM03	4.618E-07	-0.81665	0.41554	110.08	1115.34	0.001185

# Q-Scanプロット(1)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$

青矢印は元々の $k$ 値  
( $k < 0 \rightarrow$  収束)

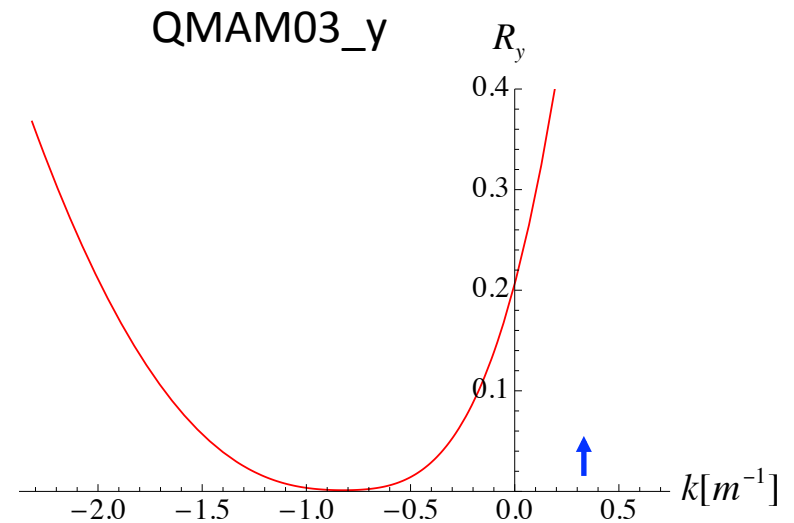
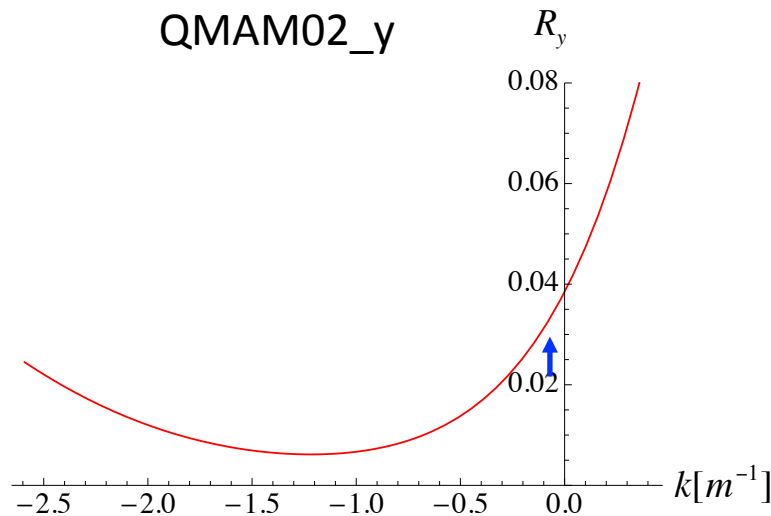
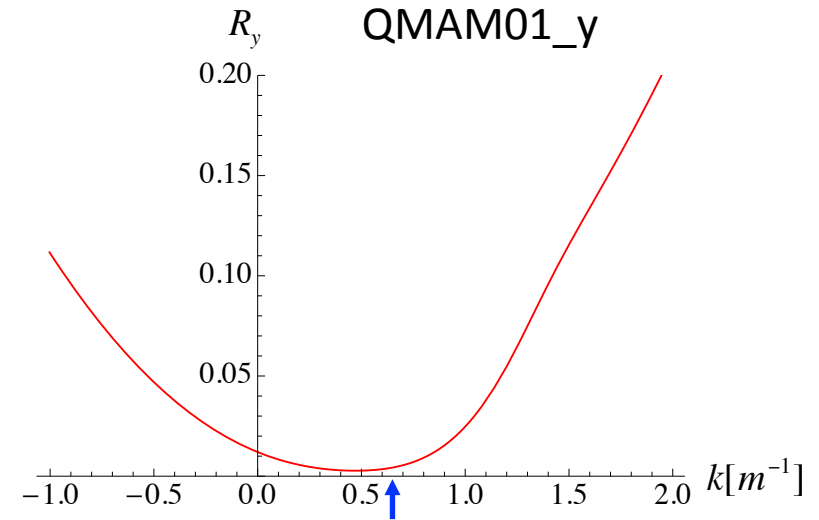
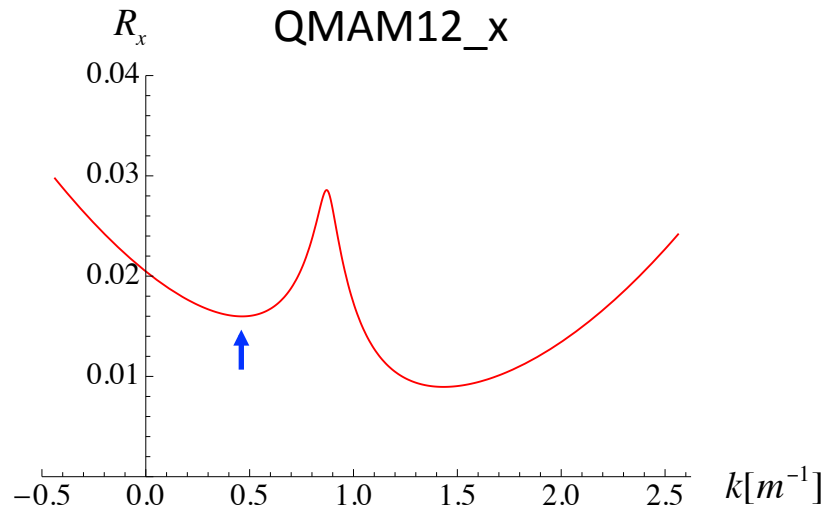




# $R_{x,y}$ - $k$ 依存性(1)

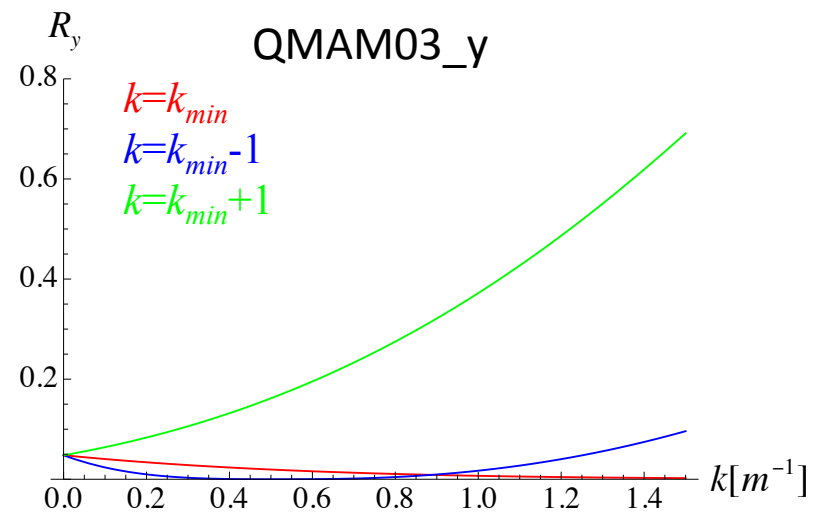
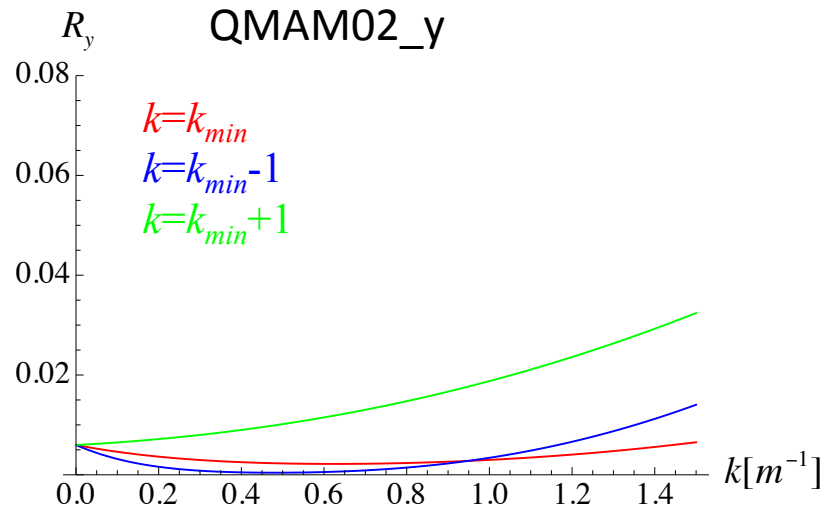
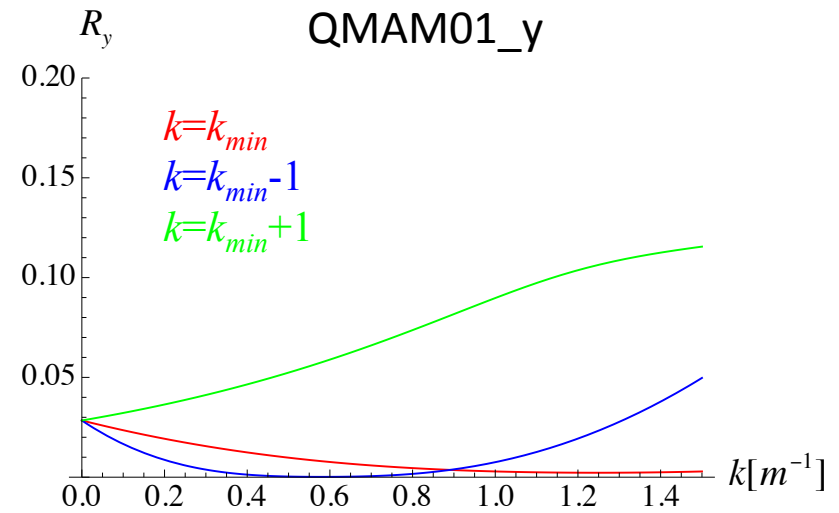
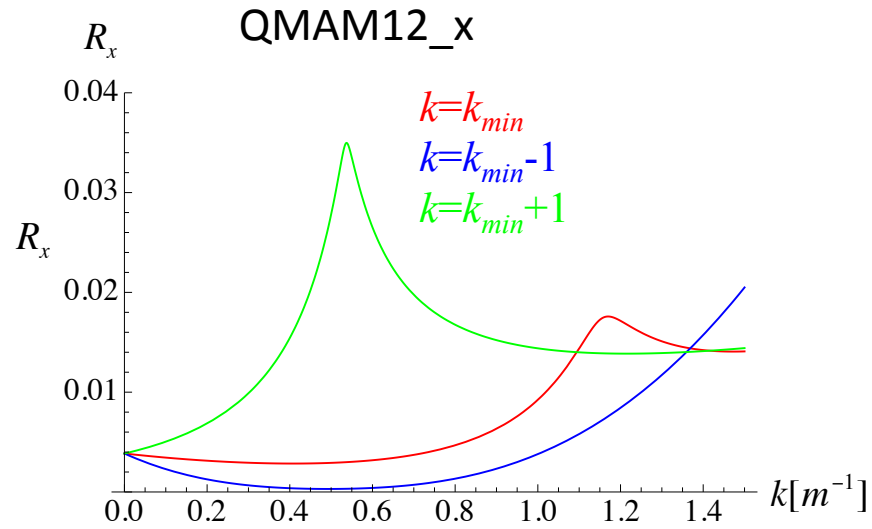
$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$

青矢印は元々の $k$ 値  
( $k < 0 \rightarrow$  収束)

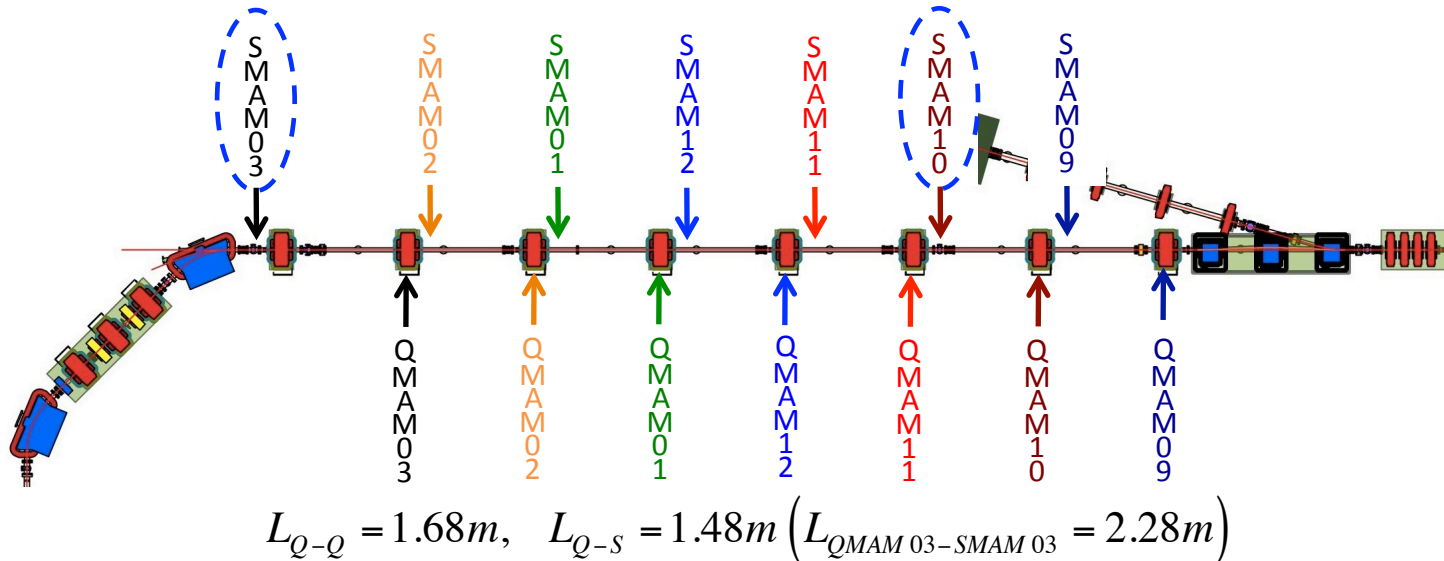


# $R_{x,y\_L}$ 依存性(1)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$



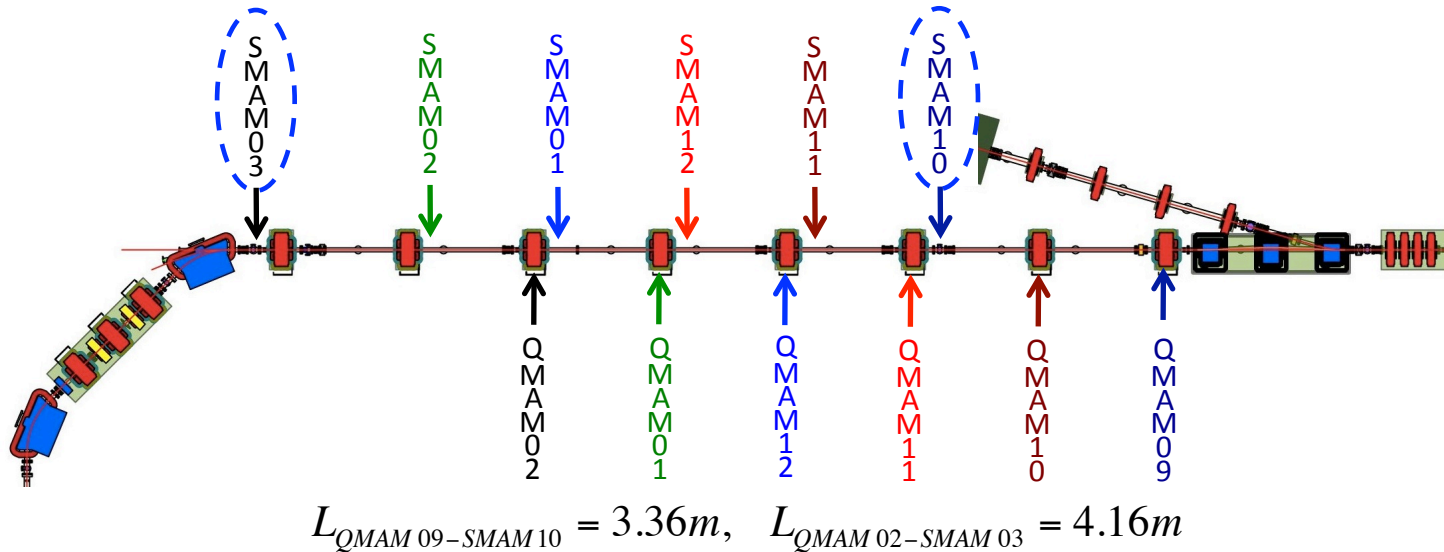
# まとめ(1)



## CERL北側直線部(加速後)

- (1) QMAM03, SMAM03の組み合わせは $\varepsilon_y$ 測定の可能性はある。  
ただし、偏平は大きく、 $\sigma_x:\sigma_y=1:10$ である。
- (2) QMAM10, SMAM10の組み合わせはYAGスクリーンでは厳しい。
- (3) QMAM12, SMAM12の組み合わせは $\varepsilon_x$ 測定の可能性はある(ただし、 $A_x$ 小)。
- (4) QMAM01, QMAM02の組み合わせは $\varepsilon_y$ 測定の可能性はある(ただし、 $A_y$ 小)。
- (5) 空間電荷効果の影響 $R_{x,y}$ は測定範囲ではいずれも大きくない。

## Q-Scanエミッタンス測定配置(2)



### CERL北側直線部(加速後)

北側直線部のエミッタンス測定の再検討

- (1) 1つ前のQMでスキャン(間のQMはオフ)
- (2) 四極電磁石ースクリーンモニタ間のドリフトスペース長  $L=3.36m$   
QMAM02-SMAM03間のみ  $L=4.16m$
- (3) 6つの配置案について比較検討
- (4) モニタの測定可能ビームサイズ0.1mm(YAG Screenを仮定)
- (5) 規格化エミッタンス 1.0/0.3 mm-mrad

# Q-Scanパラメータ(2a)

E=35.5MeV, Q=7.7pC,  $\sigma_t=2ps$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0$  mm-mrad

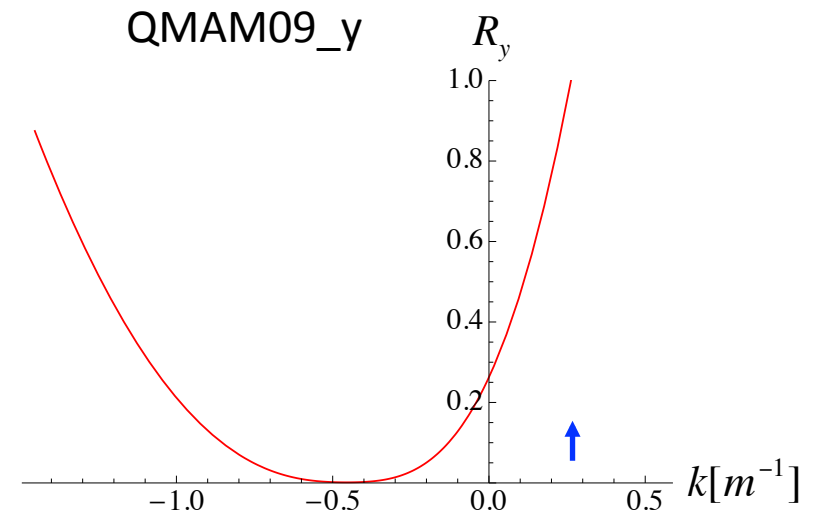
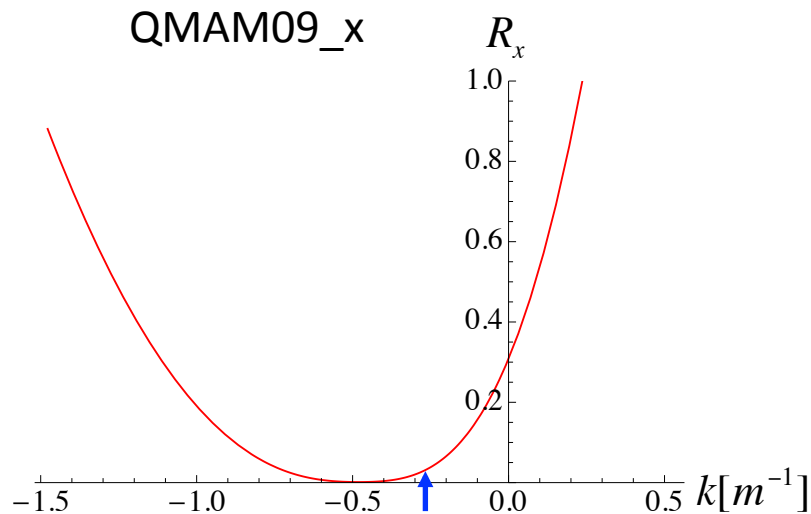
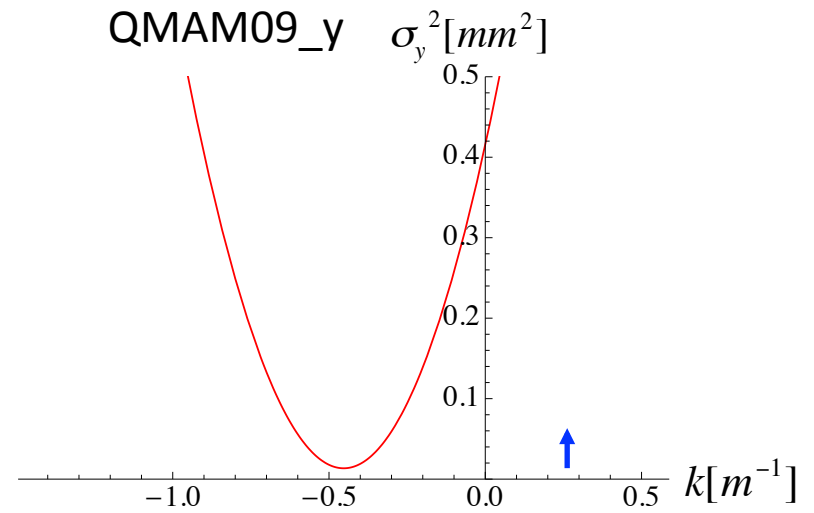
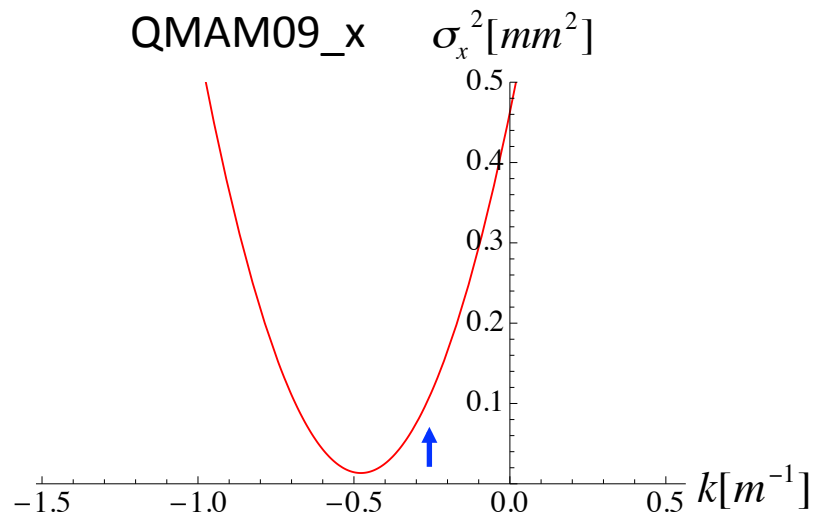
Scanned Q	$A_x[m^4]$	$k_{min} [m^{-1}]$	$k_{ini}[m^{-1}]$	$\sigma_{x,min}[um]$	$\sigma_y[um]$	$R_x$
QMAM09	1.966E-06	-0.47773	-0.27347	115.86	1344.70	0.001421
QMAM10	1.399E-06	-0.20984	0.46730	137.34	515.07	0.001651
QMAM11	4.240E-06	-0.52646	-0.66365	78.90	2169.45	0.000830
QMAM12	2.080E-07	1.44080	0.58041	356.20	1361.65	0.022557
QMAM01	7.227E-07	-1.00661	-0.66276	191.10	1722.09	0.020938
QMAM02	1.573E-06	-0.35454	0.07614	198.54	911.25	0.011185

Scanned Q	$A_y[m^4]$	$k_{min} [m^{-1}]$	$k_{ini}[m^{-1}]$	$\sigma_{y,min}[um]$	$\sigma_x[um]$	$R_y$
QMAM09	1.958E-06	-0.45302	0.27347	116.11	1272.99	0.001427
QMAM10	6.466E-06	-0.53801	-0.46730	63.89	2736.83	0.000353
QMAM11	2.241E-06	0.07098	0.66365	108.51	238.64	0.001582
QMAM12	5.659E-06	-0.49597	-0.58041	68.29	2360.63	0.000660
QMAM01	5.338E-07	0.87508	0.66276	222.35	1297.88	0.032208
QMAM02	2.711E-07	-0.65637	-0.07614	478.23	834.24	0.080720

# Q-Scan& $R_{x,y}$ プロット(2a-1)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$

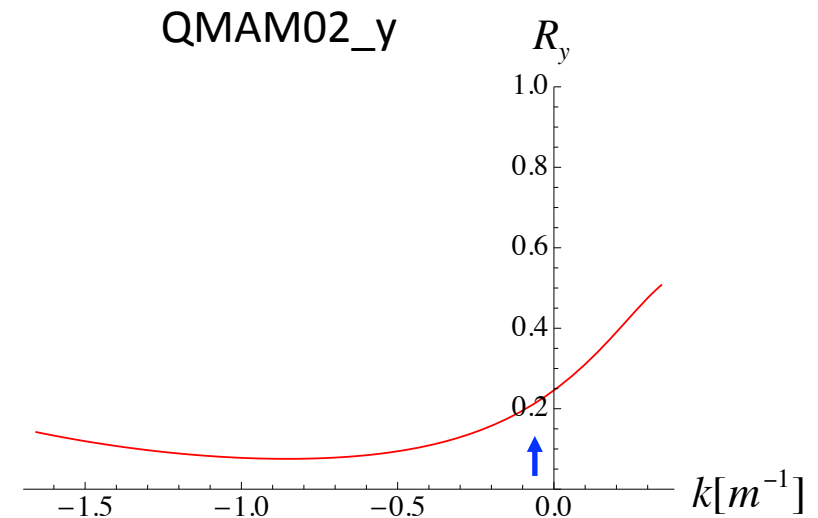
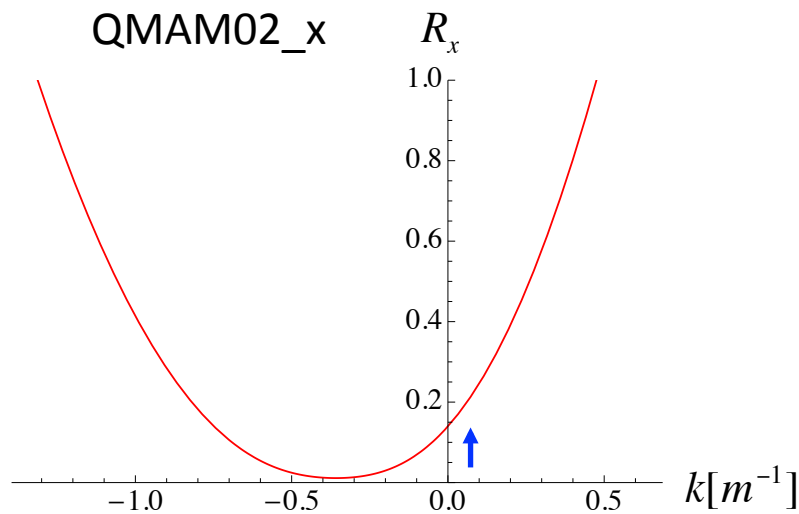
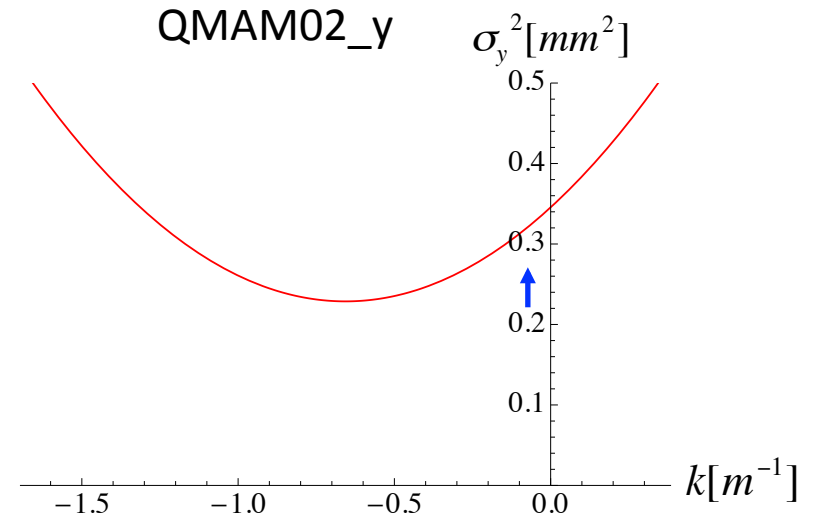
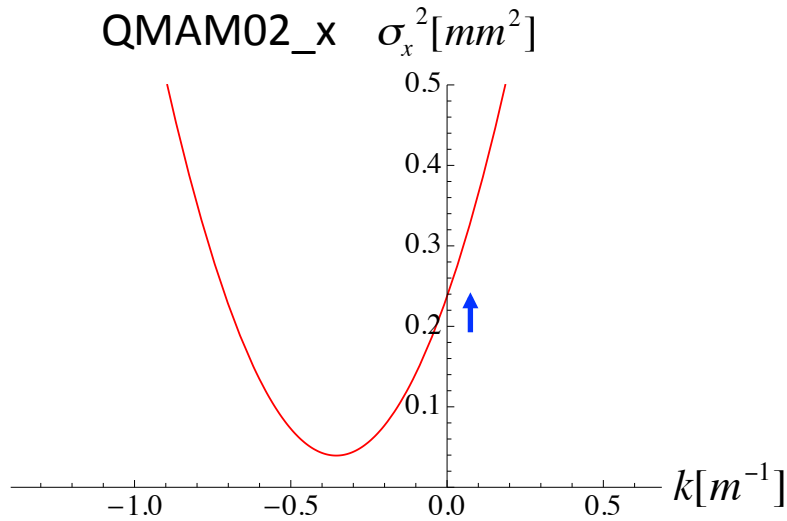
青矢印は元々の $k$ 値  
( $k < 0 \rightarrow$  収束)



# Q-Scan& $R_{x,y}$ プロット(2a-2)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=1.0\text{ mm-mrad}$

青矢印は元々の $k$ 値  
( $k < 0 \rightarrow$  収束)



# Q-Scanパラメータ(2b)

E=35.5MeV, Q=7.7pC,  $\sigma_t=2ps$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=0.3$  mm-mrad

Scanned Q	$A_x[m^4]$	$k_{min} [m^{-1}]$	$k_{ini}[m^{-1}]$	$\sigma_{x,min}[um]$	$\sigma_y[um]$	$R_x$
QMAM09	5.898E-07	-0.47773	-0.27347	63.46	736.53	0.004735
QMAM10	4.197E-07	-0.20984	0.46730	75.23	282.11	0.005504
QMAM11	1.272E-06	-0.52646	-0.66365	43.21	1188.25	0.002766
QMAM12	6.240E-08	1.44080	0.58041	195.10	745.81	0.075189
QMAM01	2.168E-07	-1.00661	-0.66276	104.67	943.23	0.069792
QMAM02	4.719E-07	-0.35454	0.07614	108.75	499.11	0.037282

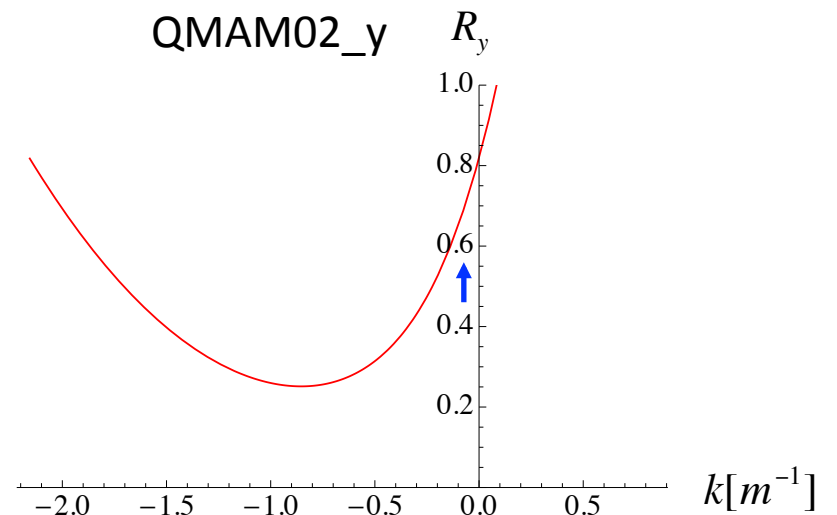
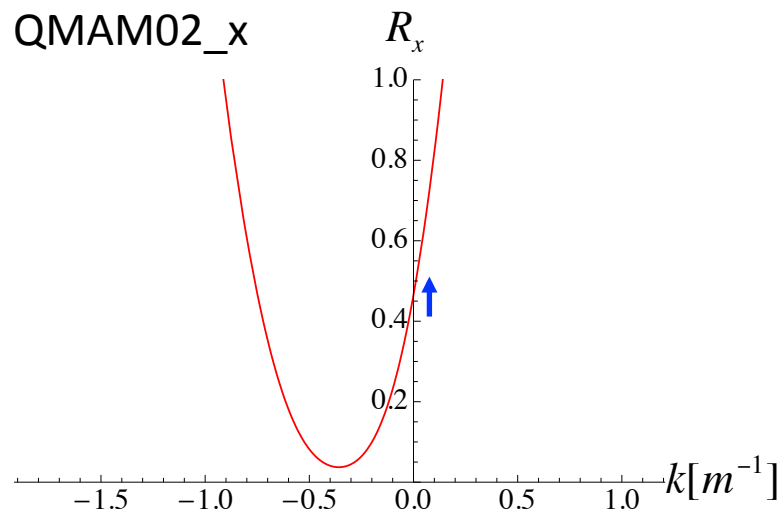
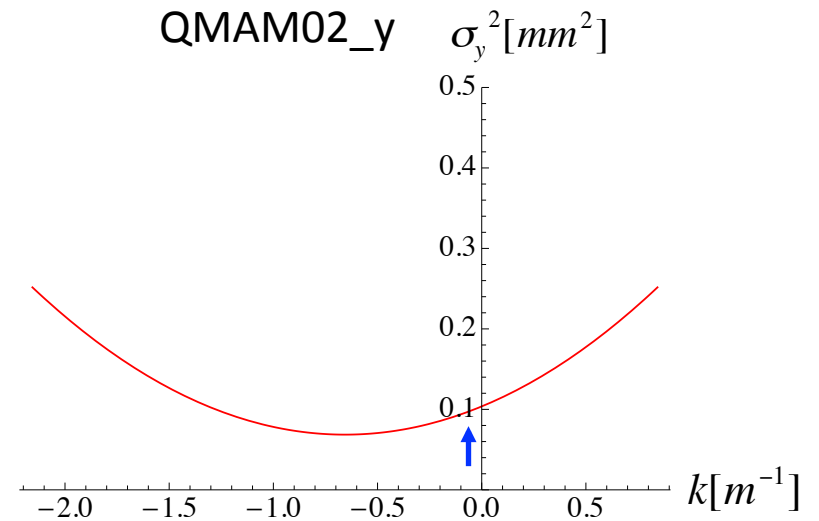
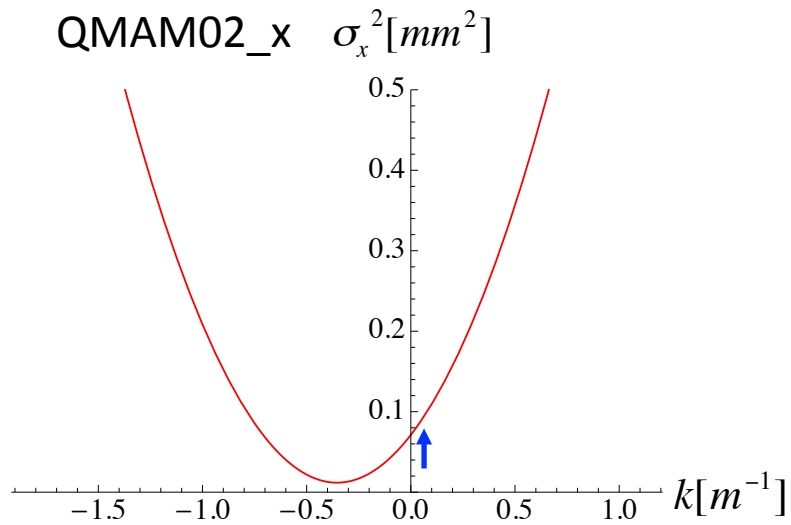
Scanned Q	$A_y[m^4]$	$k_{min} [m^{-1}]$	$k_{ini}[m^{-1}]$	$\sigma_{y,min}[um]$	$\sigma_x[um]$	$R_y$
QMAM09	5.873E-07	-0.45302	0.27347	63.59	697.25	0.004756
QMAM10	1.940E-06	-0.53801	-0.46730	34.99	1499.02	0.001178
QMAM11	6.724E-06	0.07098	0.66365	59.43	130.71	0.005275
QMAM12	1.698E-06	-0.49597	-0.58041	37.41	1292.97	0.002200
QMAM01	1.601E-07	0.87508	0.66276	121.79	710.88	0.107360
QMAM02	8.134E-08	-0.65637	-0.07614	261.94	456.93	0.269065



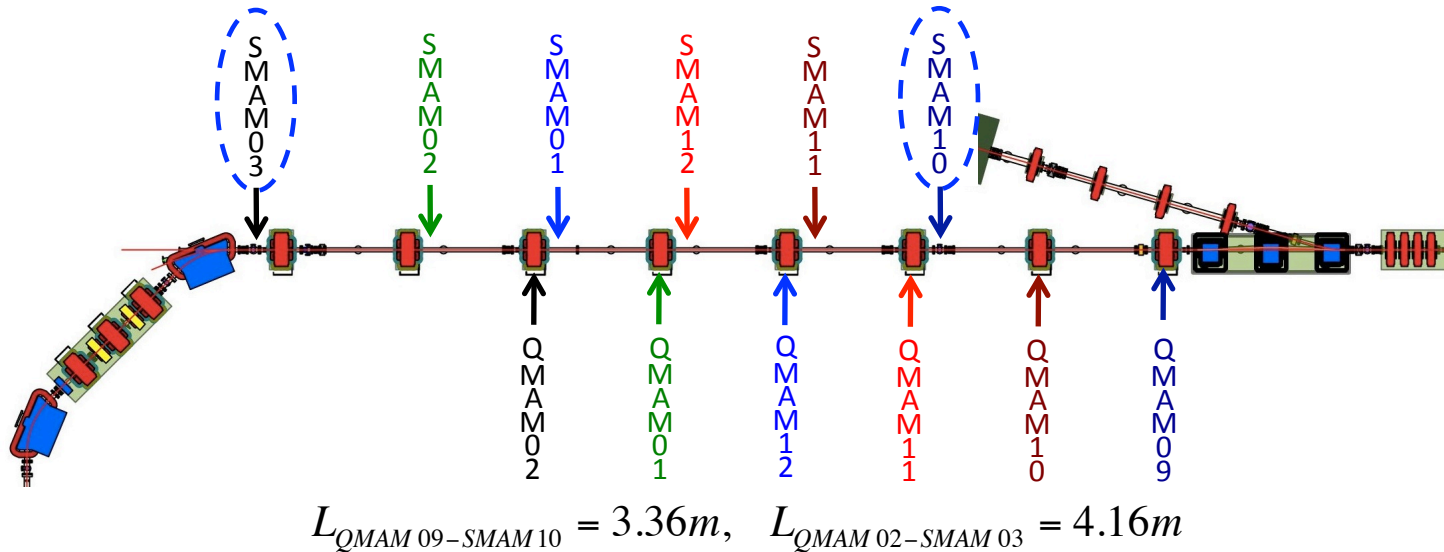
# Q-Scan& $R_{x,y}$ プロット(2b)

$E=35.5\text{MeV}$ ,  $Q=7.7\text{pC}$ ,  $\sigma_t=2\text{ps}$ ,  $\varepsilon_{nx}=\varepsilon_{ny}=0.3\text{ mm-mrad}$

青矢印は元々の $k$ 値  
( $k < 0 \rightarrow$  収束)



## まとめ(2)



### CERL北側直線部(加速後)

- (1)ドリフトスペースを増やすことで最小ビームサイズは全体的に増加した。
- (2)ビームの偏平や $A_{x,y}$ も全体的に改善される方向になった。
- (3)QMAM09,SMAM10の組合せは1.0mm-mradで $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 測定の可能性はある。  
ただし、偏平は大きく、 $\sigma_x:\sigma_y=1:11-12$ である。
- (4)QMAM02,SMAM03の組合せは1.0mm-mradで $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 測定が可能である。  
0.3mm-mradでも $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 測定の可能性はある(ただ、 $R_y$ が大きいので注意)。
- (5)空間電荷効果の影響 $R_{x,y}$ は限定的である。

## まとめ(全体)

- 北側直線部のラティス & オプティクスをもとにQ-Scan法によるエミッタンス測定の可能性を調べた。
- スキャンする四極電磁石との距離を1.48-2.28mから3.36-4.16mに増やすことで、現状のモニタ配置でもx,y方向のエミッタンス測定が共に可能になりそうだ。