# セクター電磁石のフリンジ場の影響

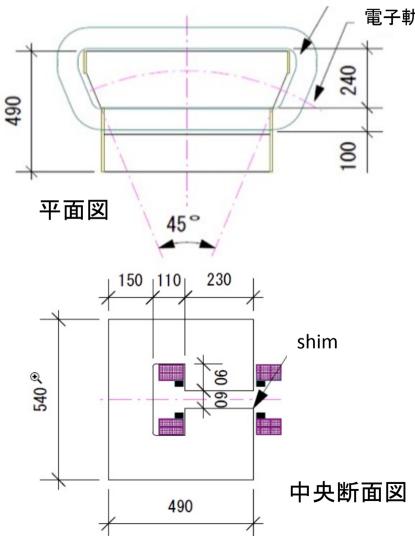
高エネルギー加速器研究機構(KEK) 中村典雄

2013年1月9日ビームダイナミックスWG打ち合せ

# cERLセクター偏向電磁石

エッジのカット

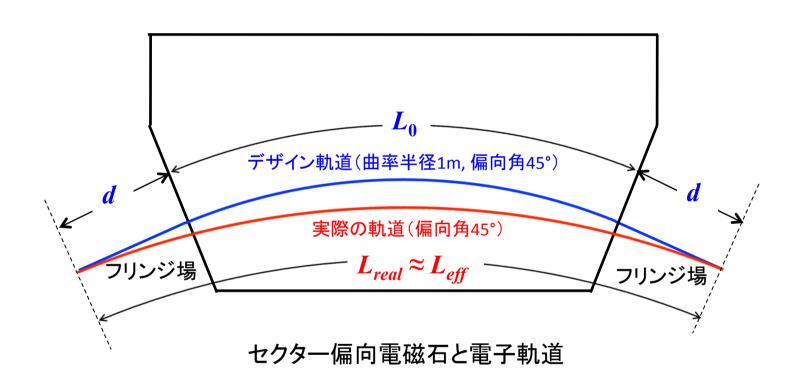
電子軌道(曲率半径1m,偏向角45°)





セクター偏向電磁石(写真)

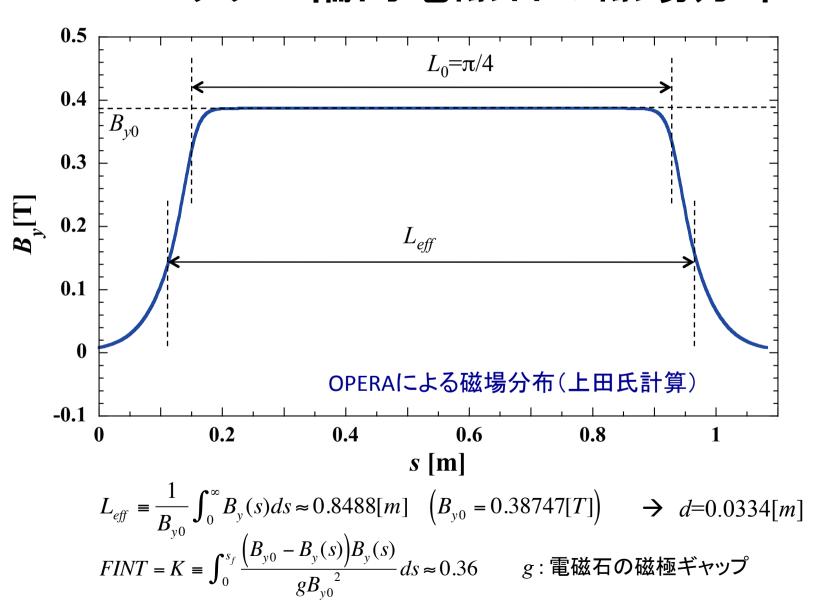
## セクター電磁石中の電子軌道



フリンジ場の電子軌道への影響

- (1) 軌道長の変化
- (2) Linear Optics (転送行列)の変化

### cERLセクター偏向電磁石の磁場分布



### Linear Opticsへの影響(1)

#### 水平方向の転送行列

フリンジ場なし、磁場長 $L_0$ 

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho_0 \sin \theta_0 \\ \frac{\sin \theta_0}{\rho_0} & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

$$\theta_0 = \pi/4[rad], L_0 = \pi/4[m], \rho_0 = 1[m], d = 0.00334[m]$$

フリンジ場あり、有効磁場長  $L_{eff}$ 

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & \rho_{eff} \sin \theta_0 \\ \frac{\sin \theta_0}{\rho_{eff}} & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

$$\theta_0 = \pi/4[rad], L_{eff} = 0.8488[m], \rho_{eff} = L_{eff}/\theta_0 = 1.0807[m]$$

### Linear Opticsへの影響(2)

#### 垂直方向の転送行列

フリンジ場なし、磁場長 $L_0$ 

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix}$$

$$L_0 = \pi/4[m], d = 0.00334[m]$$

フリンジ場あり、有効磁場長  $L_{\it eff}$ +垂直薄肉レンズ近似( ${\it elegant}$ で使用)

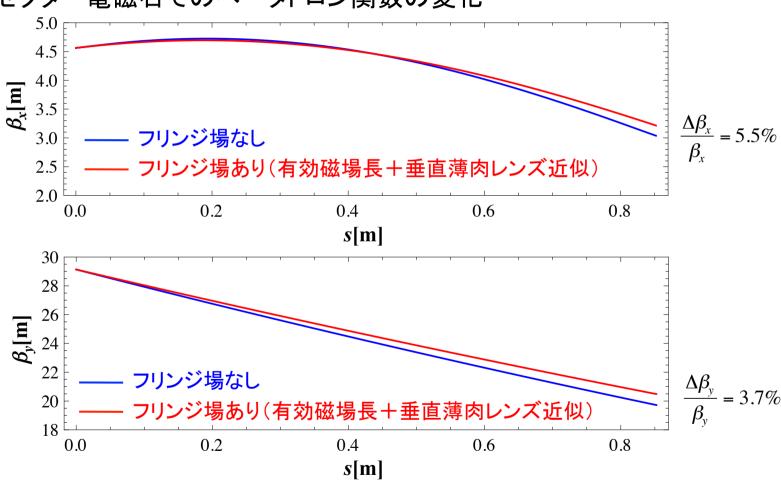
$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan(Kg/\rho_{eff}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_{eff} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan(Kg/\rho_{eff}) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix}$$

$$K = 0.36, g = 0.06[m], \rho_{eff} = 1.0807[m], L_{eff} = 0.8488[m]$$

cERLのセクター電磁石では曲率半径が小さいので影響は相対的に大きい。

### ベータトロン関数の変化

第1セクター電磁石でのベータトロン関数の変化



現状は、K=0.30,g=0.06での薄肉近似(有効磁場長はまだ反映されていない)。 薄肉近似の有効性(誤差)については別途評価する必要がある。

## 軌道長への影響

#### 軌道長の変化

フリンジ場による回転角(入口及び出口)  $2\theta_f$ 



電磁石コアでの回転角  $\theta_1 = \theta_0 - 2\theta_f$ 



電磁石コアでの曲率半径の増加  $\rho_0 \rightarrow \rho_1$ 



軌道長の変化  $\Delta s \approx \rho_1 \theta_1 - \rho_0 \theta_0$ 

elegantでの軌道長(走行時間)のシミュレーション計算(ver.25.1以降)

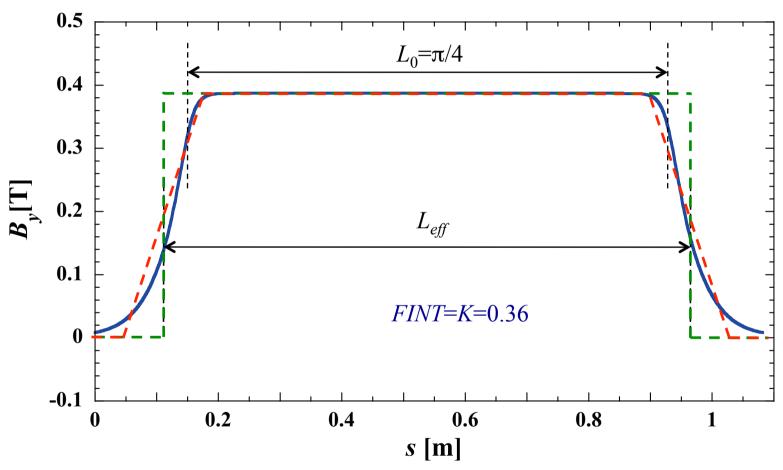
(1) NIBENDコマンド

モデル関数で磁場分布を近似する必要有り。

(2)FTABLEコマンド

磁場分布を直接入力する(未検証)。

# elegantによる軌道長の計算(1)



elegantによる軌道長の計算 $(L_0+2d$ との差)

(1)ハードエッジ (有効長)近似:  $\mathit{K}$ =0.0,  $\mathit{L}_{\mathit{eff}}$ =0.8488m  $\rightarrow$   $\Delta s$ =-3.47 mm

(2)直線近似: K=0.36, g=0.06m,  $L_{eff}$ =0.8488m  $\rightarrow \Delta s$ =-3.97 mm

→ OPERAの計算(-4mm)とほぼ一致

## elegantによる軌道長の計算(2)

#### (1) Quintic spline

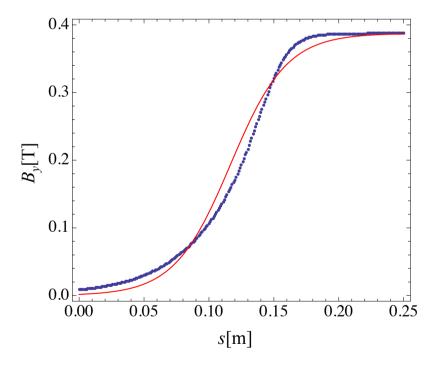
$$\frac{B_{y}(z)}{B_{y0}} = 10 \left( \frac{25z}{231Kg} \right)^{3} - 15 \left( \frac{25z}{231Kg} \right)^{4} + 6 \left( \frac{25z}{231Kg} \right)^{5} \qquad \qquad \frac{B_{y}(z)}{B_{y0}} = \frac{1}{1 + \exp(z/Kg)}$$

#### 0.4 0.3 $\frac{\Xi}{8}$ 0.2 0.1 0.0 0.05 0.10 0.15 0.20 0.00 0.25

s[m]

#### (2) Enge function

$$\frac{B_{y}(z)}{B_{y0}} = \frac{1}{1 + \exp(z/Kg)}$$



- (1) Quintic spline: K=0.36, g=0.06m,  $L_{eff}$ =0.8488m  $\rightarrow \Delta s$ =-3.97 mm (2) Enge function: K=0.36, g=0.06m,  $L_{eff}$ =0.8488m  $\rightarrow \Delta s$ =-4.01 mm

### まとめ

- cERLではアーク部セクター偏向電磁石のフリンジ場(Fringe field)は、linear optics(転送行列)と軌道長に無視できない影響を与える。
- ・ 水平・垂直方向のベータトロン関数では、フリンジ場による磁場長の増加と垂直方向の発散作用を考慮する必要がある。また、フリンジ場の 薄肉近似の有効性も評価する必要がある。
- 直線等で近似されたフリンジ場による軌道長は、 OPERAによる磁場計算の軌道長と良く一致した。
- 今後、磁場測定結果も踏まえてフリンジ場とその影響を再度評価することになる。