

# FORMATION OF SOLITON-LIKE PULSES IN FELO

Toshiyuki Ozaki

Accelerator Laboratory, KEK

1-1 Oho, Tsukuba-shi, Ibaraki-ken, 305-0801

## Abstract

Two stages FELO is proposed. First stages FELO produce soliton pulse. The soliton is used as an optical wiggler in the second stage FELO which output is coherent X-ray. In this paper, we will report soliton-like production using FELO code. Furthermore, we have an interesting result that a gaussian shape pulse evolve to self-steepening shape and it collapse into sech-type pulses.

## FELO における soliton-like パルスの生成

### 1. はじめに

X線領域のFELが成功し、それに続く計画が議論されている。いかにコンパクトにするかに関心が集まっている。長いアンジュレーターに代わり、レーザー光の電磁場を利用する実験もなされようとしている。その周期が桁違いに短くなるので、加速器のビームエネルギーが低くなる。Frascatiのグループは、optical wigglerでX線を発生させようとしている<sup>(1)</sup>。

現在、7 GeVで考えられているXFELが、optical wigglerを使えば、200MeVのコンパクトERLでも実現する可能性がある。

本論文では、2段のFELOによりコヒーレントX線を発生させる可能性を検討する。

### 2. Soliton laser による XFEL

通常のFELでは、永久磁石を並べたアンジュレーターを用いるが、電磁場でも同じ動作ができる。共鳴条件の式は、K値の分母が消える。

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} (1 + K^2)$$

レーザーを用いれば、周期が短くなるので、低いビーム・エネルギーで済む。しかしながら、通常のレーザーを用いると、テーパウイグラーのようにK値が変化し、FELとしての有効な長さが短くなる。つまり、

$$K = \frac{eE_m}{m_0c^2k_0\sqrt{1+(z/z_p)^2}}$$

ここで、 $k_0$ はレーザーの波数、 $z_p$ はRayleigh rangeである。

そこで、Hua-Bei Jiangは、soliton laserを用いる事を提案した<sup>(2)</sup>。K値の変化が著しく小さくなり、有効距離が改善される。

とにかく、ハイパワーのsoliton laserが必要とされるようになる。本論文では、もう1台のFELOからsolitonを生成する事を提案する。

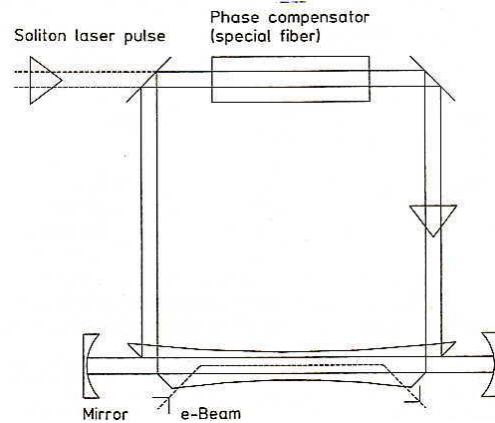


図1 Soliton laserでポンプされるXFEL (文献2から引用)

### 3. FELOからのSech<sup>2</sup>(t)型のパルス発生

電子ビームのパルス幅が狭い場合には、slippageの影響が出て、定常解とは異なる様相になる。Superradiant領域と言われている。

この場合の解析解は、Bonifacioが線形領域の解を与えた<sup>(3)</sup>。

$$|A_1|^2 = \frac{1}{y} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \left( \frac{y}{2} \right)^{2/3} + \log \left( \frac{|b_0|}{2\sqrt{3\pi y}} \right) \right)$$

ここで、 $y = \sqrt{z_1}(\bar{z} - z_1)$ であり、 $z_1$ がビーム内座標であり、形状を与える。

飽和時は、Piovellaによって与えている<sup>(4)</sup>。

$$|A_1(y)|^2 = \left( \frac{3\sqrt{3}}{4} \right) \left( \frac{2}{y} \right)^{4/3} \operatorname{sech}^2(x)$$

ここで、 $x$ は

$$x = \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) \left( \frac{y}{2} \right)^{2/3} - \frac{1}{2} \log \left( \frac{36\pi\sqrt{3}}{|b_0|^2} \left( \frac{y}{2} \right)^{2/3} \right)$$

このように、厳密には  $\text{sech}^2(t)$  ではないが、それに近い形状である。Piovella は、電子パルス内を、Solitary wave が伝搬すると述べている。

実際、FELIX で、 $\text{sech}^2(t)$  形状のパルスを観測した<sup>[5]</sup>。

#### 4. FELO コードによる検討

文献(6)により、FELO コードをダウンロードできるので、以下では、これを用いる。

##### 4.1 1D FEL 基本方程式

数値計算する基礎になる方程式を整理する。運動方程式は、 $j=1$  から  $j=N$  まで粒子に対し

$$\frac{d\theta_j}{dz} = p_j$$

$$\frac{dp_j}{dz} = -\left( A(\bar{z}, \bar{z}_1) \exp(i\theta_j) + c.c. \right)$$

である。正準変数の  $\theta_j$  と  $p_j$  は

$$\theta_j = (k + k_u)z - \omega t_j \quad p_j = \frac{(\gamma_j - \gamma_r)}{\rho\gamma_r}$$

である。

波動方程式は

$$\left( \frac{\partial}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}_1} \right) A(\bar{z}, \bar{z}_1) = \chi(\bar{z}_1) b(\bar{z}, \bar{z}_1)$$

であり、電場  $A(\bar{z}, \bar{z}_1)$  は複素数で表現される。

ビームのパワーと電磁場パワーには以下の関係

$$\text{がある。} |A|^2 = P_{rad} / \rho P_{beam}$$

パンチング因子は

$$b(\bar{z}, \bar{z}_1) \equiv \left\langle e^{-i\theta(\bar{z})} \right\rangle_{\bar{z}_1}$$

規格化された 2 つの独立した座標は、以下のよう表わされる。

$$\bar{z} = \frac{z}{l_g} = 2\rho k_w z \quad \bar{z}_1 = \frac{z - c\beta_z t}{l_g(1 - \beta_z)}$$

ここで、 $l_g = \lambda_u / 4\pi\rho$  はゲイン長である。

さらに、 $\rho$  はピアス・パラメーターである。

アルゴリズムの詳細は、例えば、筆者の作成した 1D-PIC-FEL コード<sup>(7)</sup>と比較しても種々の相違があり、以下での議論が、それに起因するかもしれない。

- ・ 1D-PIC=FEL コードでは、エネルギー拡がりを、乱数で  $\gamma_j$  に入れた。FELO コードではそれを 0 にして実効ピアス・パラメーターを導入した。

- ・ 1D-PIC-FEL コードでは、粒子が、区分化された位相、 $2\pi n < \theta_j < 2\pi(n+1)$ 、どこにあるかを調べてから、その区分にある粒子だけが、その区分の電磁場を発生するとした。FELO コードでは、最初の位相から離れていく粒子が出てきても、その粒子は初期にいた位置の区分の電磁場発生に寄与するものとしている。

##### 4.2 Superradiant の解

FELO コードのデフォルトのシュミレーションの結果を図 2 に示す。これは、4 G L S 計画の A-Branch の赤外光 F E L のデザイン・パラメーターで、電子ビーム・エネルギー 25MeV、エネルギー散布 0.1%、電荷 200pC、パルス幅 10pS、エミッタンス 10 mm mrad である。APPLE-II 型アンジュレータで、周期長 53mm、周期数 50 である。出力の波長は 25  $\mu\text{m}$  である。Superradiant 領域に属するパラメーターである。

図 2 の主パルスの形状は、解析式と合う。

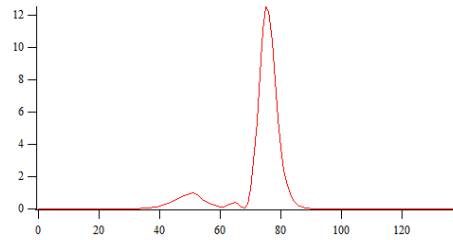


図 2 Superradiant 放射

#### 5. Wave Breaking 現象

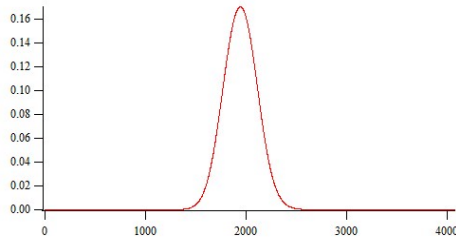
##### 5.1 非線形シュレージンガー方程式

Soliton に関しては、Dattoli の論分<sup>(8)</sup> “Free electron laser and soliton propagation”が興味深い。その中で、「厳密に Soliton と言うのは、更なる研究が必要である」と、最後に述べている。しかし、この論文以外は直接に soliton と表現してはならず、特に実験論文では、 $\text{sech}$  型パルスとして記述している。

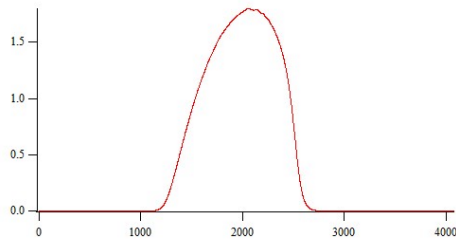
Dattoli は、FELO の共振器内の波束の成長を、非線形シュレージンガー方程式で近似できるとし、ソリトン解があるとした

## 5.2 スパイク列の発生

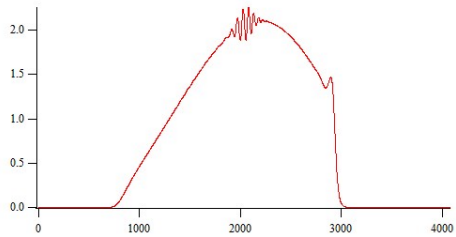
例題として、電子ビームのエネルギーは、50 MeV で、電荷は 100 A で、パルス幅 12pS である。形状は、ガウシアンである。ウイグラー周期 3.5 cm ウイグラー全長 1.75m 強度  $K=1.4$  とする。出力波長は  $1.55\mu\text{m}$  である。



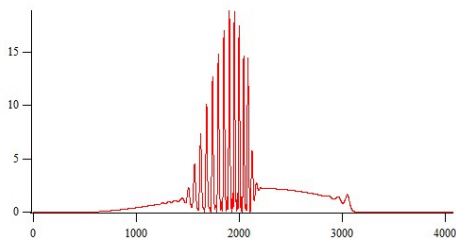
(a) ビーム 24 回通過



(b) ビーム 38 回通過



(c) ビーム 100 回通過



(d) ビーム 200 回通過

図 3 波束の成長

Dattoli の論文では、2pS の狭いパルスが出てくるとしている。異なる結果である。これは、Dattoli の論文で指定したパラメーターだけでは少なく、コードに任意に入れた他のパラメーターの相違、あるいは、コードのアルゴリズムの相違などに拠ると思われる。むしろ興味深い結果を得た。

図 3 (d)を、もっと、拡大してみると、図 4 になる。これは、まさに図 1 である。約 0.5pS の半値幅で 13 個の波束が等間隔に出ている。クローンが発生した。

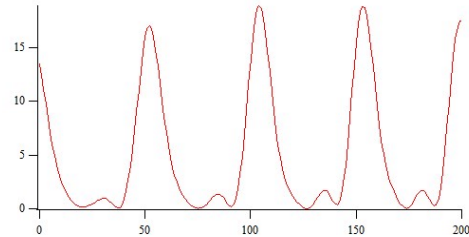


図 4 波形(d)のスパイク部の拡大

ソリトンのテキスト(文献 9)には、Gaussian の形状で成長してきた波束が、次第に、両端が Sharp gradient に変形し、中央が on で、両側が off に対応する状態のような樽型になり、その後、その中央部に多数の Solitary waveform が発生する説明がある。しかし、図 3 (b)(c)は、右側だけが Sharp gradient に立ち上がり、中央から左側に Solitary wavetrainらしきが発生する。同類の現象か、もしくは、似て非なるものかを追及していく予定である。

## 参考文献

- [1] A.Bacci, C.Maroli, L. Serafini, V. Petrillo, M. Ferrario, "X-rays generation with a FEL based on an optical wiggler", Proceeding of FEL 2006, pp99-101
- [2] Hua-Bei Jiang : A Free-Electron Laser Pumped by the soliton Laser, Appl. Phys. B53 (1991) 347
- [3] R. Bonifacio, L. De Salvo, P. Pierini, N. Piovela, "The superradiant regime of a FEL :analytical and numerical results", Nucl. Inst. and Method A296(1990)358-367
- [4] Nicola Piovela, "A hyperbolic secant solution for the superradiance in free electron lasers", Optics Communications Vol. 83 (1991) 92-96
- [5] G.M.H. Knippels, A.F.G. van der Meer, R.F.A.M. Mols, D. Oepts, and P.W.van Amersfoort, "Formation of multiple subpulses in a free-electron laser operating in the limit-cycle mode ", Physical review E 53 (1996) 2778-2786
- [6] B.W.J. McNeil, G.R.M. Robb, D. Dunning and N.R. Thompson, "FELo: A one-dimensional time-dependent FEL oscillator code", Proceedings of FEL 2006, pp 59-62.
- [7] Toshiyuki OZAKI, 'PIC simulation of SASE FELs', Proceeding of the 14<sup>th</sup> Symposium on Accelerator Science and Technology, Tsukuba, (2003) pp 584-586.
- [8] G. Dattoli, D. Levi, M. Mattioli, 'Free electron laser and soliton propagation', Physics Letters A256 (1999) p.p. 253-256
- [9] F.T. Arecchi and R.G. Harrison: Instabilities and Chaos in Quantum Optics, page 158 (Springer-Verlag)