

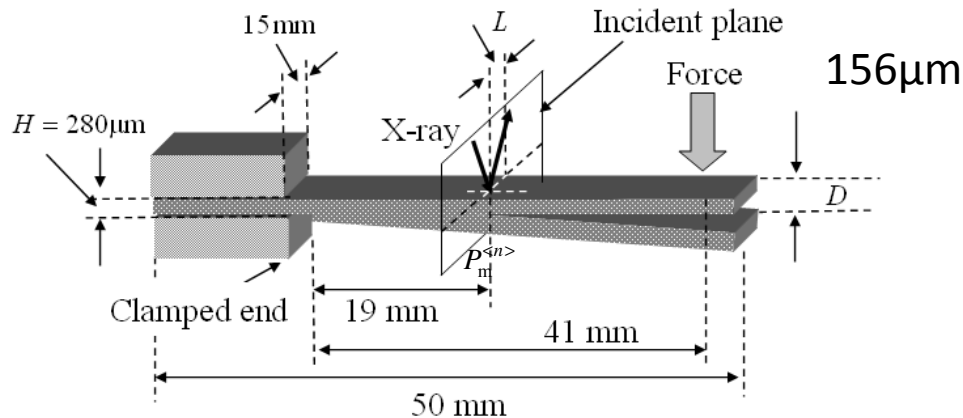
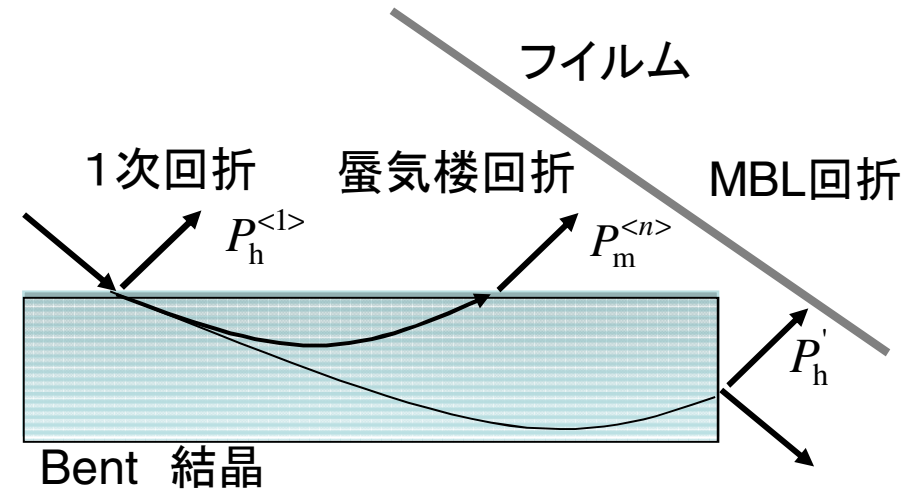
# X線歪気楼回折とその干渉縞

深町共榮、平野健二、Jongsukswat Sukswat、金松喜信、  
根岸利一郎、平野馨一<sup>A</sup>、川村隆明<sup>B</sup>  
埼玉工大、KEK-PF<sup>A</sup>、山梨大学<sup>B</sup>

1. セクショントポグラフにおける歪気楼回折
2. 歪気楼回折の研究の経緯
3. 歪気楼回折の原理
4. 湾曲結晶内の屈折ビーム
5. 歪気楼トポグラフ
6. 歪気楼回折の応用

# X線歪気楼干渉縞(回折方向のセクションポグラフ)

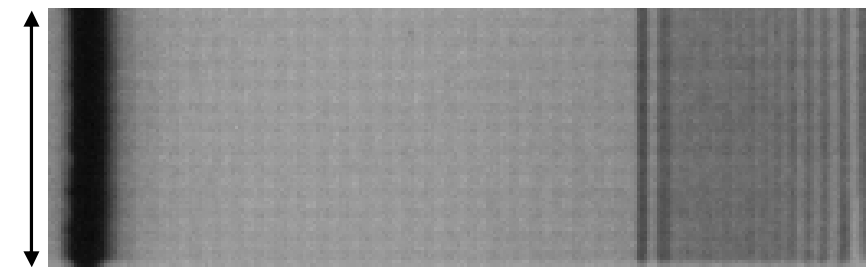
光が屈折率が大きい方向に曲がるのと同様に、湾曲結晶のX線屈折ビームは格子面間隔が小さい方向に曲がる。このため、Braggケースでは屈折ビームは、入射面側に舞い戻り、結晶表面で回折して2次X線として出てくる。この回折を歪気楼回折と呼ぶ。



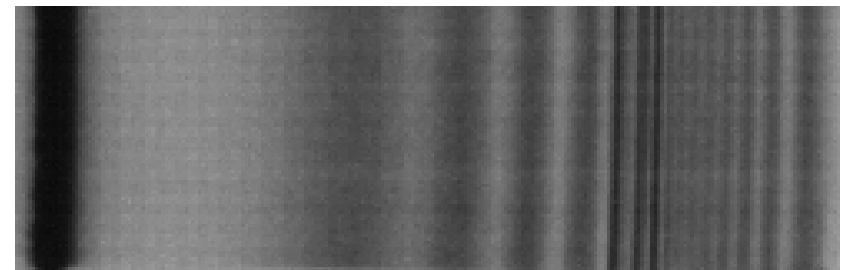
カンチレバー

Si 220  
 $L=2.2\text{mm}, H=0.28\text{mm}$

1次回折      歪気楼縞      MBL縞



D=0



D=20

## X線歪気楼干渉縞の研究の経緯

- (1) Penning and Polder (PP,1961):歪結晶の動力学理論(PP)、(Laueケース)
- (2) Kato (1964)::歪結晶の動力学理論(ヘルマーの定理)
- (3) Bonze(1964): Braggケースの理論と実験
- (4) Gronkowsk and Malgrange(GM,1984): PPを対称Braggケースへ拡張
- (5) Chukovski and Petrashen (1988):球面波近似(Braggケースのトポ)、  
新干渉縞(歪気楼縞)、縞間隔を導く
- (6) Authier (2001): PPとGM理論で歪気楼回折(Mirage peak)を統一的に述べる
- (7) Yan et al. (2007): 球面波で歪気楼回折を解析
- (8) Fukamachi et al. (2010): 平面波近似による歪気楼縞とMBL縞

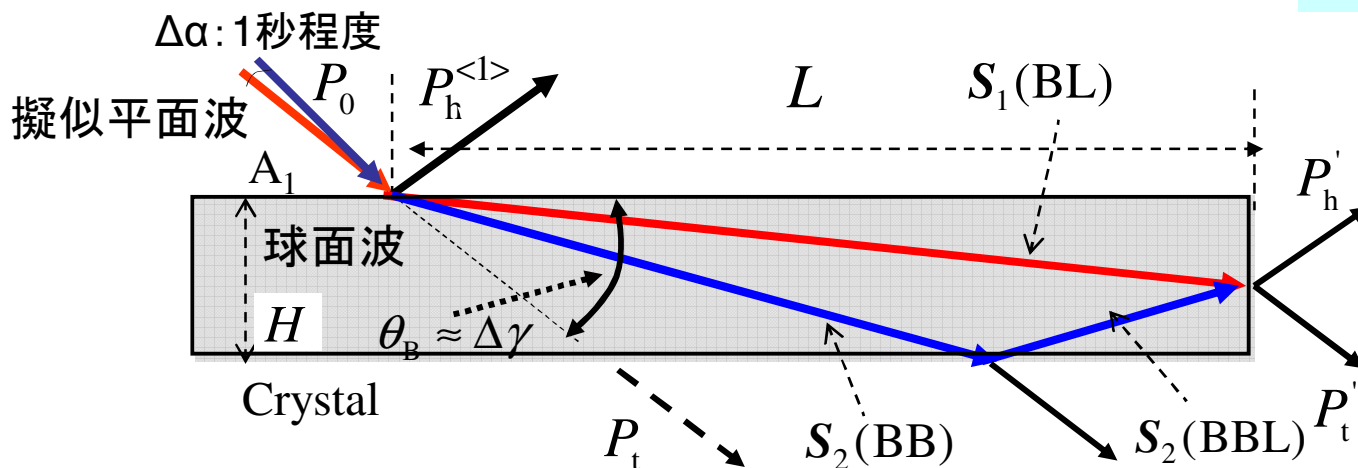
(1),(4),(6)は平面波近似

- (1) Philips Res. Rep 16, (1961) 419-440.
- (2) JPSJ 19,(1964) 67-71.
- (3) Z. Phys. 177 (1964)529-542.
- (4) Acta Cryst. A40 (1984) 507-514.
- (5) Acta Cryst. A44 (1988) 322-331.
- (6) “*Dynamical Theory of X-ray Diffraction*”, Oxford Univ. Press (2001).
- (7) Appl. Cryst. 40 (2007) 322-331.
- (8) Acta Cryst A66 (2010) 421-426.

# 多重Bragg-Laue (MBL) 干渉縞と蜃気楼干渉縞

異常透過が著しい入射角を選ぶ(全反射領域から1秒程度はずす)  
入射ビームが擬似平面波の場合、屈折ビームは球面波になる。

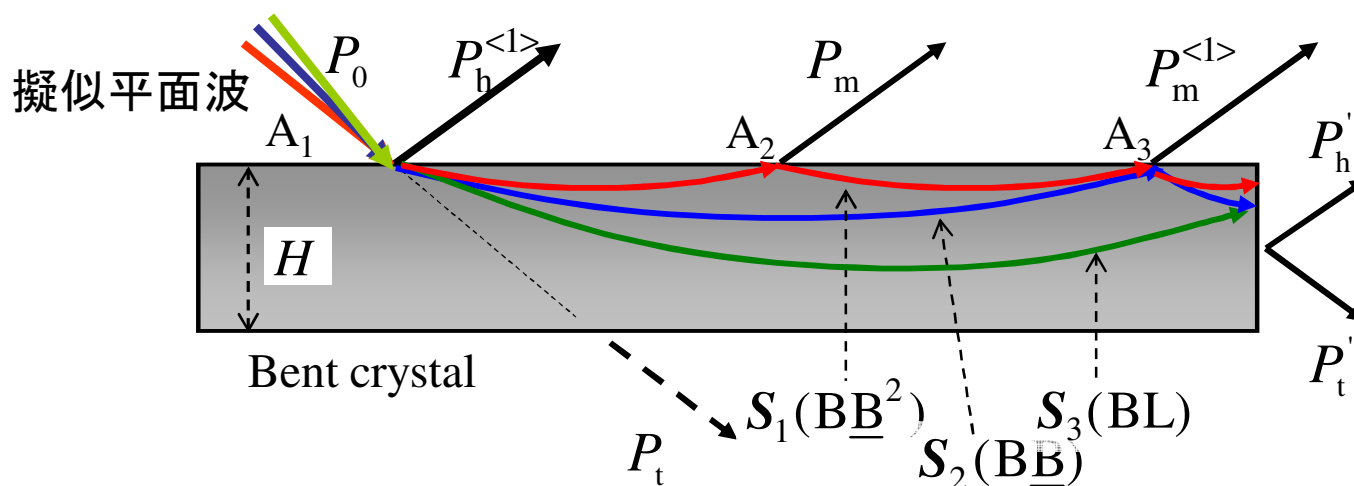
角度増幅効果:  $\Delta\gamma/\Delta\alpha=10^5$   
入射ビームの発散角:  $\Delta\alpha$   
屈折ビームの角度幅:  $\Delta\gamma$



**MBL干渉縞:**  
BLとBBLケースの二つ  
屈折ビームが側面で  
干渉して生じる。

MBL干渉縞は、角度  
増幅効果によって得ら  
れる干渉縞である。

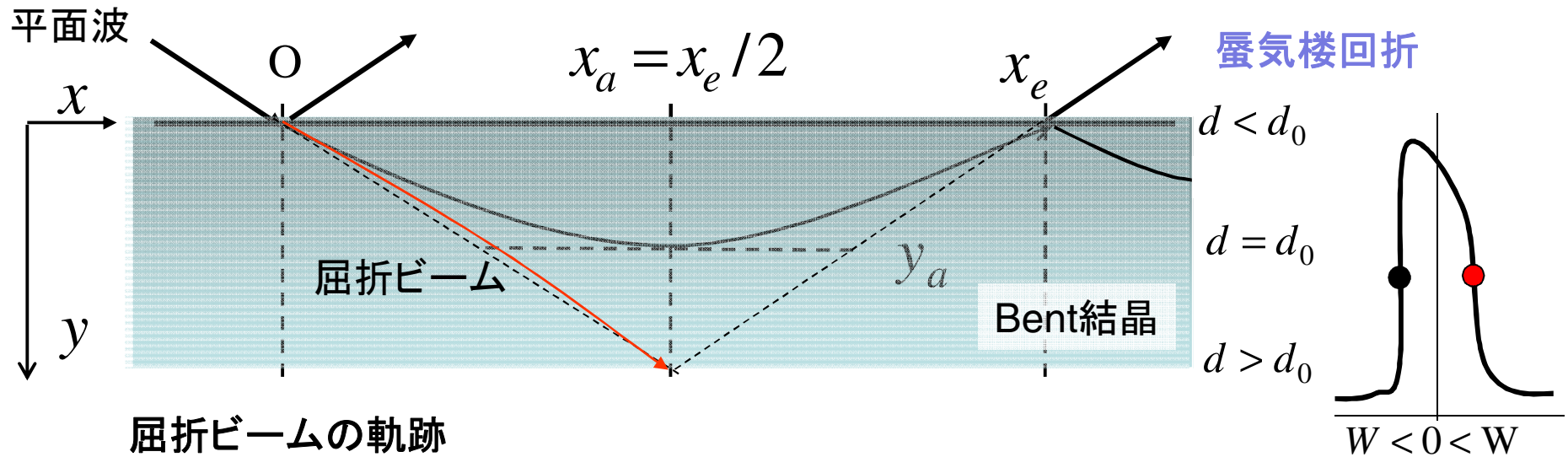
この角度増幅効果は、  
結晶の歪に非常に敏  
感である。



歪勾配 $\beta$ が一定の結  
晶では、屈折ビーム  
の軌跡は双曲線とな  
り、蜃気楼回折を起  
し、蜃気楼縞を作る。

$P_m$  : 蜃気楼回折、 $P_m^{<1>}$  : 蜃気楼干渉縞

# X線歪気楼効果 (歪勾配が一定の結晶における屈折ビームの軌跡)



屈折ビームの軌跡

$$\left( \frac{\beta y}{\tan \theta_B} + W \right)^2 - [\beta x + s(W)(W^2 - 1)^{1/2}]^2 = 1$$

$s(W)$ は、 $W > 0$ 、+1、 $W < 0$ 、-1

$\beta W < 0$   $\beta W > 0$ では異常透過が無い

$$\beta = \frac{\lambda}{C(\chi_h \chi_{-h})^{1/2} \cos \theta_B} \frac{\partial^2 (h \cdot u)}{\partial s_0 \partial s_h},$$

(歪勾配に依存)

$$W = \frac{\Delta \theta \sin 2\theta_B}{C(\chi_h \chi_{-h})^{1/2}}$$

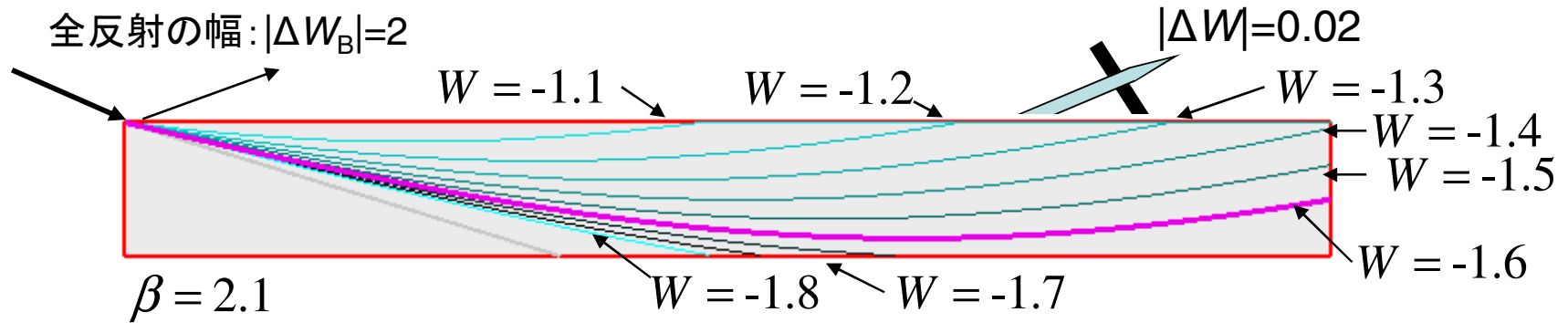
(双曲線の頂点)  $x_a = \frac{x_e}{2} = -\frac{s(W)(W^2 - 1)^{1/2}}{\beta}, y_a = -\frac{\tan \theta_B}{\beta} [W - s(W)]$

Gronkowaski and Malgrange: Acta Cryst. A40 (1984) 507-514.

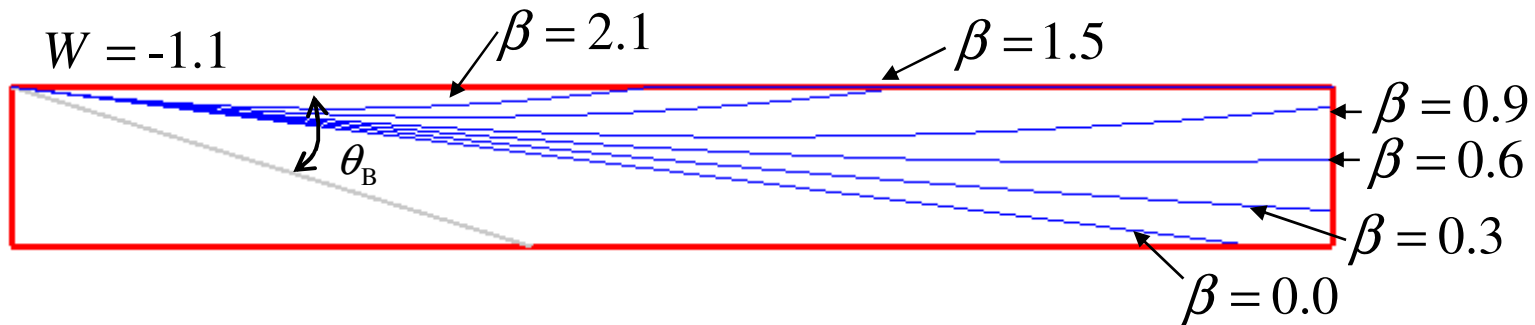
# X線歪気楼効果 (歪勾配の変化と屈折ビームの軌跡)

歪気楼回折の一部を取り出すと極めて小さい発散角のビームが得られる。

$$\frac{|\Delta W|}{|\Delta W_B|} = 0.01$$



$\beta$ が $2.1 \text{ mm}^{-1}$ の時、 $W$ を $-1$ から $-1.8$ まで変化させた場合の軌跡

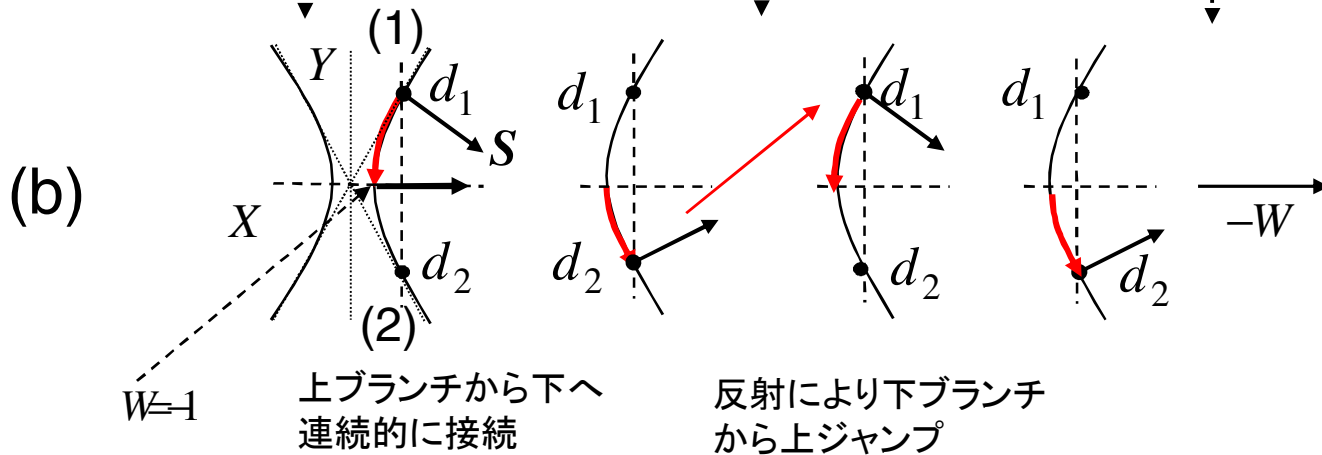
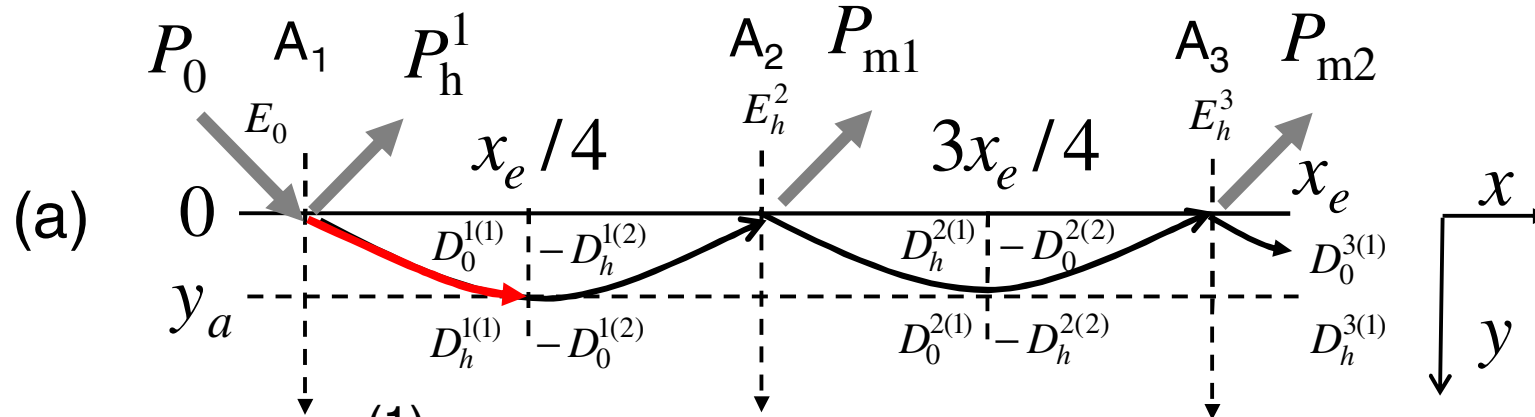


$W$ が $-1.1$ の時、 $\beta (\text{mm}^{-1})$ を $0.0$ から $2.1$ まで変化させた場合の軌跡

入射位置から側面まで:  $1 \text{ mm}$ 、結晶厚さ:  $0.1 \text{ mm}$

# 屈折ビームの伝播経路と発散点

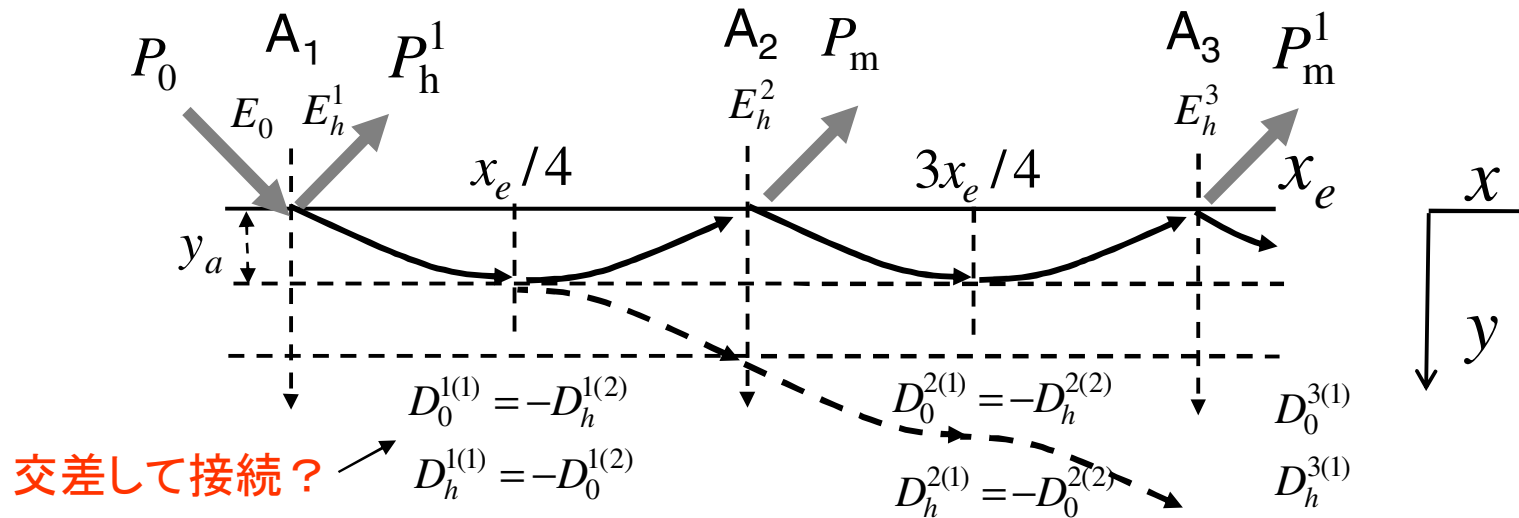
屈折ビーム  $S$  : Poynting vector



## 蜃気楼干渉縞を求める手順

- ①境界条件から反射係数を求める。
- ②伝播経路沿って位相シフトを求める。
- ③2ビームの干渉を求める。

# 屈折ビームの伝播における境界条件(反射係数を求める)



$$E_0 = D_0^{1(1)}, \quad r_1 = D_h^{1(1)} / D_0^{1(1)}, \quad E_h^1 = D_h^{1(1)} = r_1 D_0^{1(1)} = r_1 E_0$$

A<sub>1</sub>において

$$D_0^{1(2)} + D_0^{2(1)} = 0 \quad D_h^{1(2)} + D_h^{2(1)} = E_h^2$$

$$E_h^2 = -(1 - r_1^2) E_0$$

A<sub>2</sub>において

$$E_h^3 = -r_1(1 - r_1^2) E_0$$

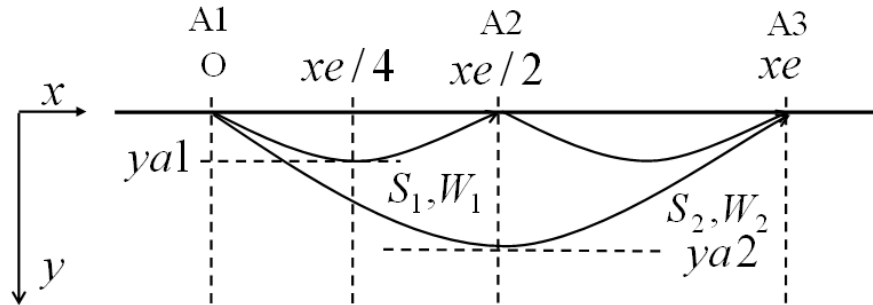
$$E_h^n = -(r_1)^{n-2} (1 - r_1^2) E_0, \quad n \geq 2$$

A<sub>3</sub>以上

$$r_1 = -[-W - (W^2 - 1)^{1/2}] \quad \text{:吸収が無視できる場合}$$



# 伝播距離による位相シフトと蜃気楼干渉縞



伝播距離の変化に伴い波数が  
変化する。  
双曲線の頂点では、波動ベクトル  
の方向は結晶表面と平行に  
なる。

$$W_1 \rightarrow R_1 e^{i\theta_1} \quad W_2 \rightarrow R_2 e^{i\theta_2}$$

$$R_0 = R_1 e^{i\theta_1} + R_2 e^{i\theta_2} = e^{i\theta_1} \{ R_1 + R_2 e^{i(\theta_2 - \theta_1)} \}$$

二つのビームの重ね合わせ

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = (\theta_{x2} - \theta_{x1}) + (\theta_{y2} - \theta_{y1}) = \Delta\theta_x + \Delta\theta_y$$

$$\theta_1 = \int \mathbf{k}_1 \cdot d\mathbf{r}_1 = \int k_{x1} dx_1 + \int k_{y1} dy_1$$

$$\theta_2 = \int \mathbf{k}_2 \cdot d\mathbf{r}_2 = \int k_{x2} dx_2 + \int k_{y2} dy_2$$

$$\theta_1 = 4 \left[ \int_0^{x/4} k_{x1} dx_1 + \int_0^{ya1} k_{y1} dy_1 \right]$$

$$\theta_2 = 2 \left[ \int_0^{x/2} k_{x2} dx_2 + \int_0^{ya2} k_{y2} dy_2 \right]$$

$$R_1 = -(1 - r_1^2),$$

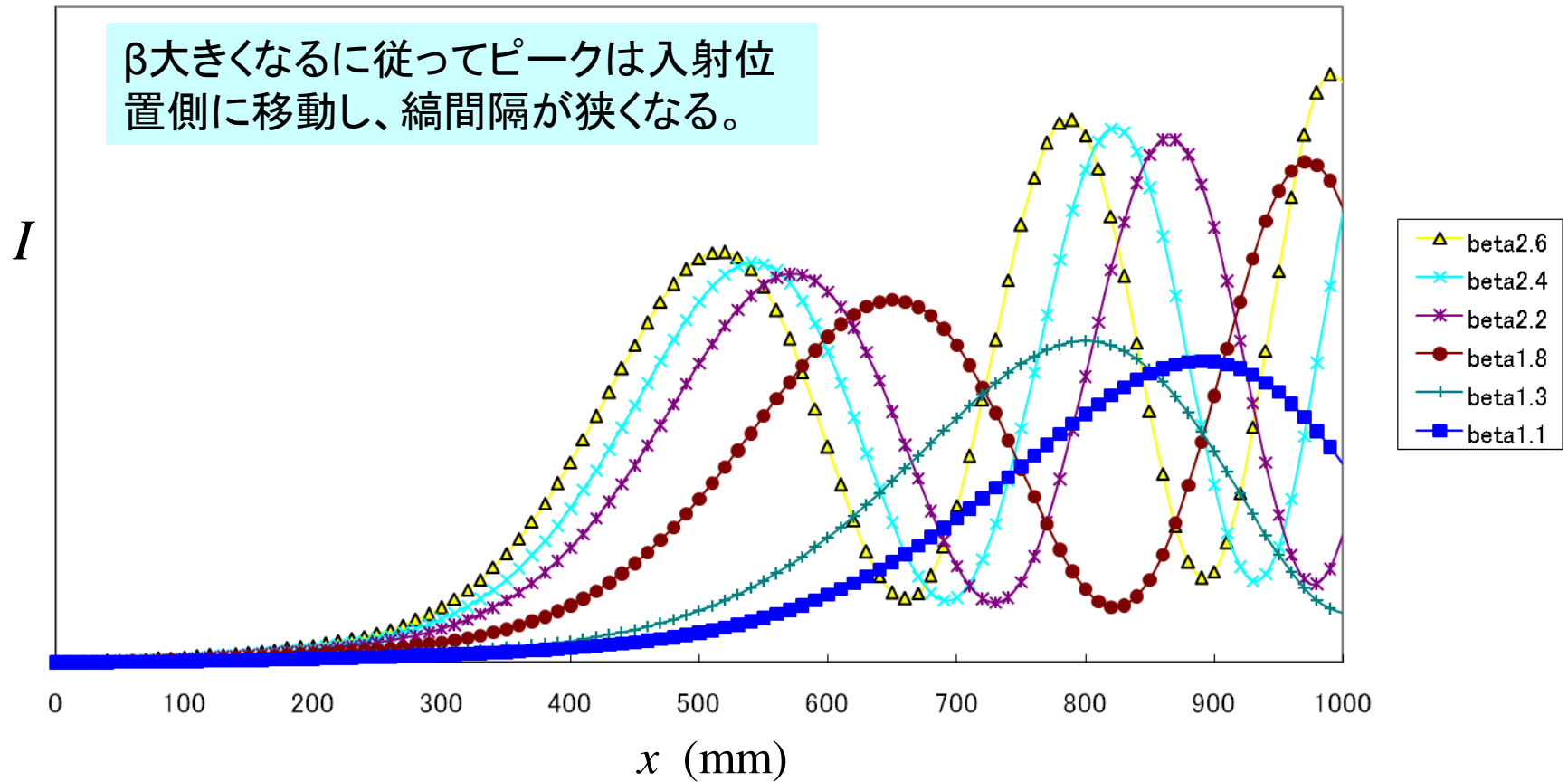
$$R_2 = -r_1(1 - r_1^2),$$

$$I = |R_0|^2$$

# 蜃気楼縞

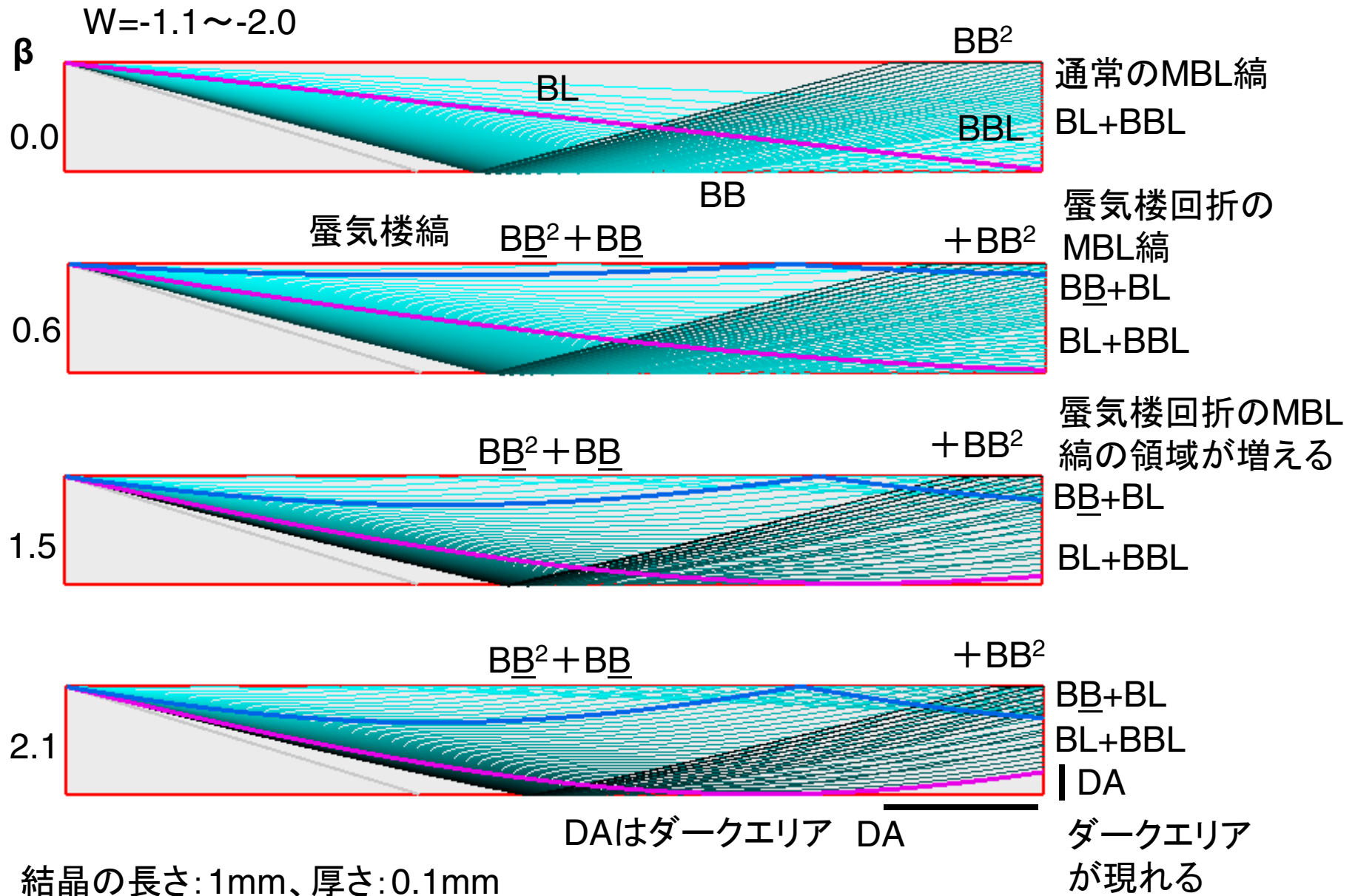
Si 220、厚さ110 $\mu\text{m}$

$$I = R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2\cos(\Delta\theta)$$



入射位置からの距離

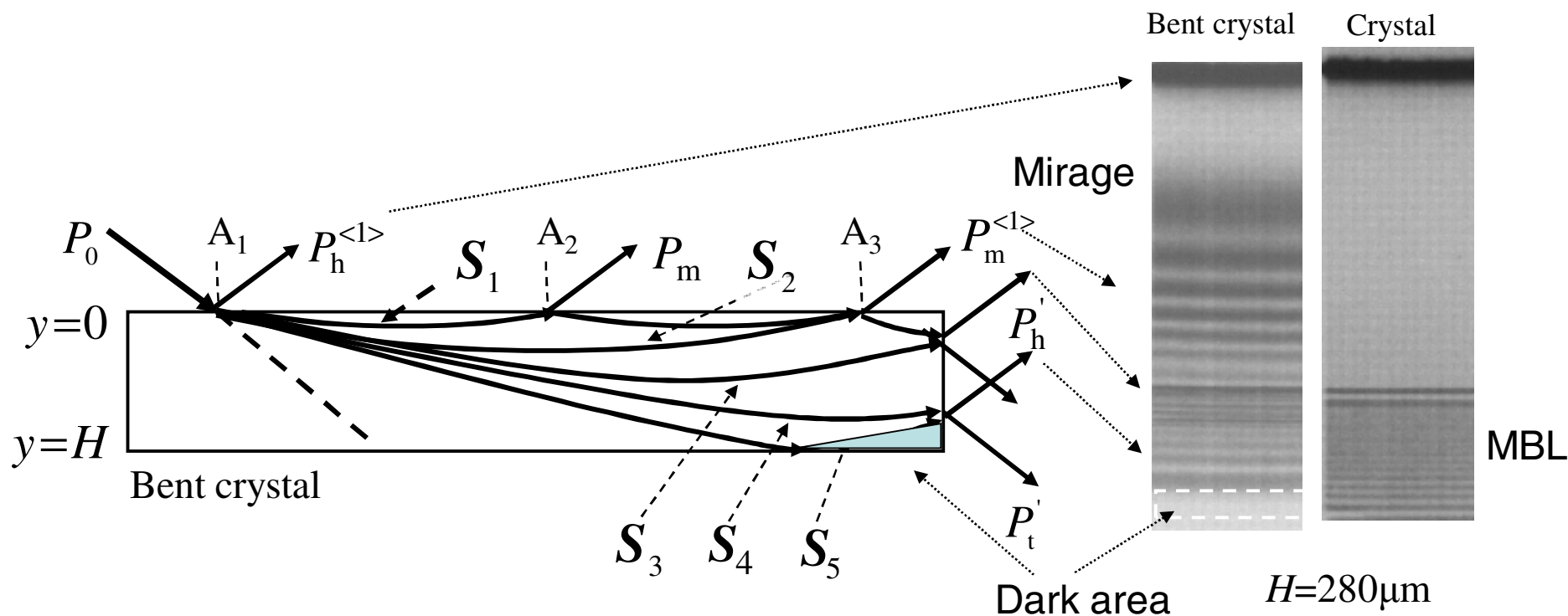
# 発散ビームの軌跡



## Bent結晶のセクショントポグラフ

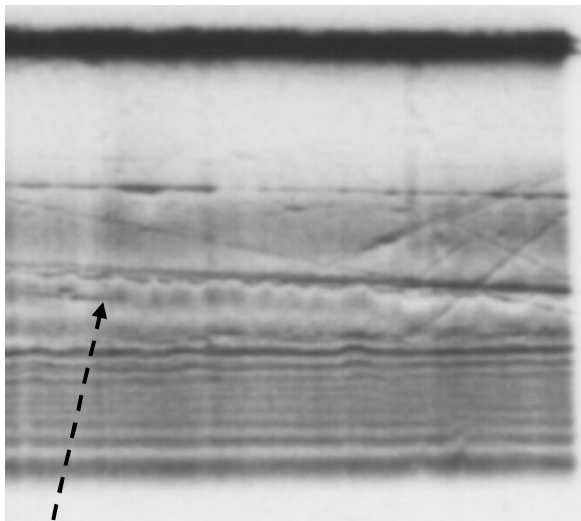
湾曲結晶におけるBraggケースのセクショントポグラフの回折像を理論的に考察。

- ・結晶表面の2次回折には蜃気楼縞が得られる。  
縞のピークは $\beta$ が増大すると入射位置側にずれ、また縞間隔が狭くなる。
- ・側面回折においては、二つのタイプの干涉縞ある。  
入射面側には、蜃気楼反射のビームとBL型ビームとの干涉縞。  
底面側には、通常のMBL干涉縞。
- ・側面側の底面および底面側の側面には屈折ビームの届かない領域がある。

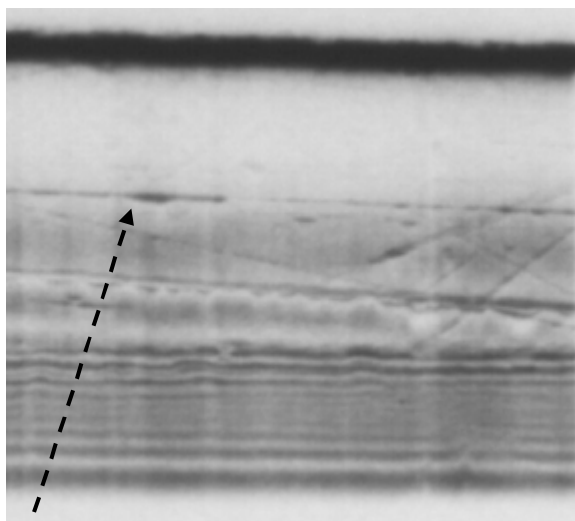


# 蜃気楼回折で結晶表面及び内部の欠陥を見る

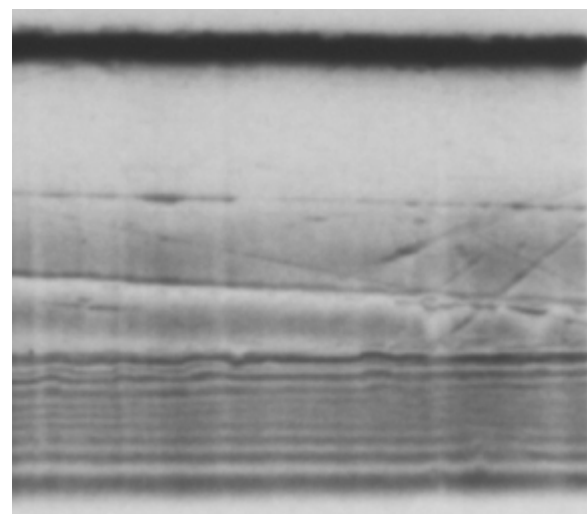
D=90



D=80



D=70



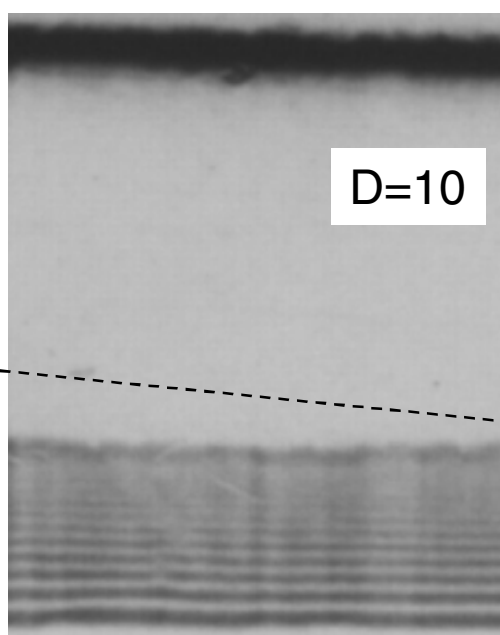
結晶内部の欠陥が蜃気楼干渉縞に現れる。

蜃気楼回折が起きると、結晶表面の傷が見える。

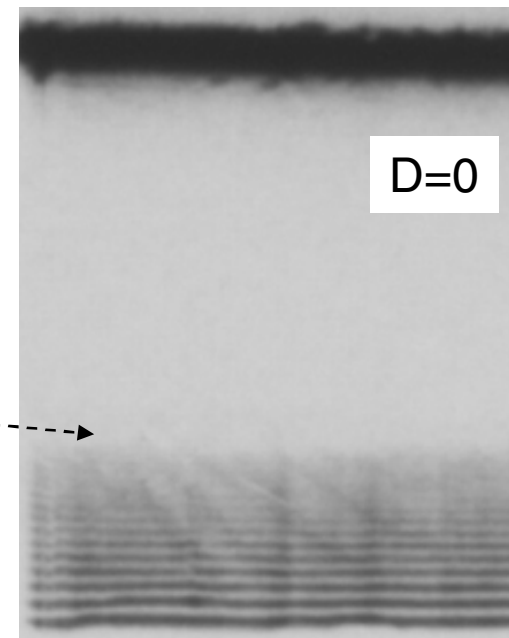
完全結晶：屈折ビームは側面の上側に届かない。

湾曲結晶：屈折ビームが側面の上側に届くようになる。

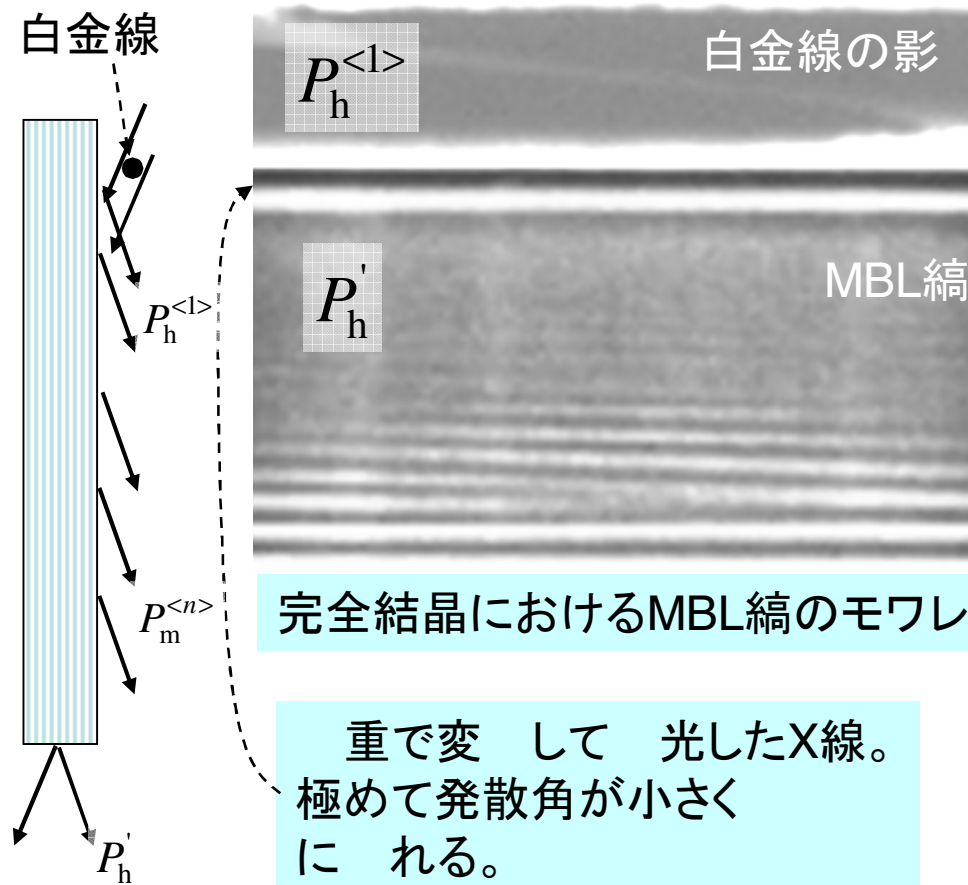
D=10



D=0



# 入射ビームを白金線で分割した時の蜃気楼におけるモワレ

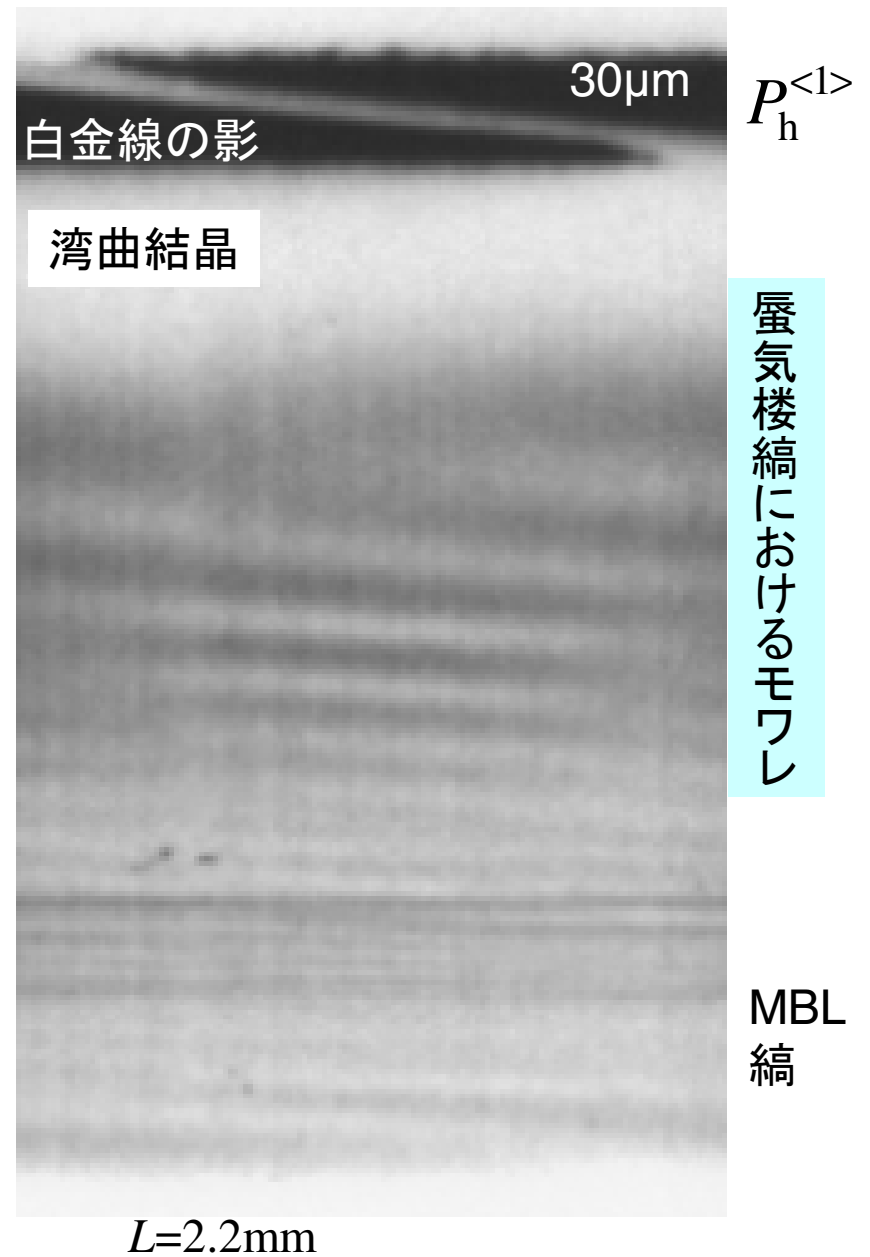


完全結晶におけるMBL縞のモワレ

重で変して光したX線。極めて発散角が小さくられる。

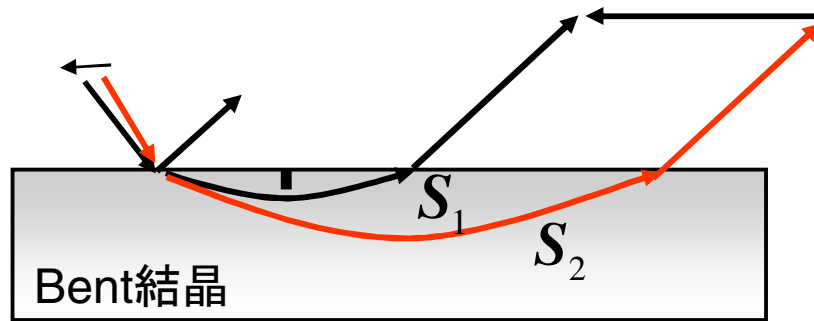
干渉縞の領域から時間一レンス長が求められる

モワレから間一レンス長が求められる。

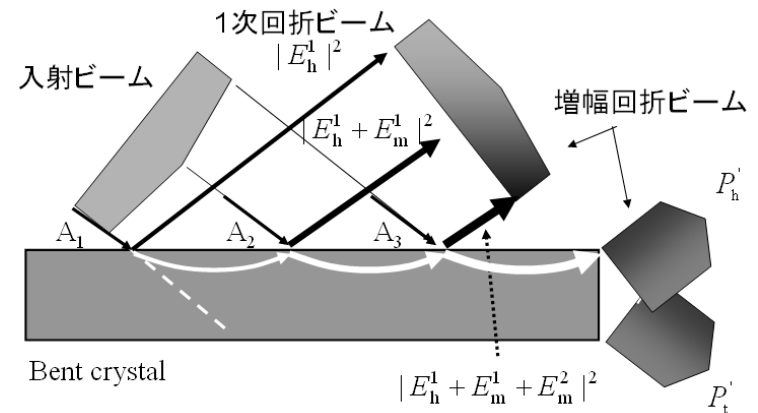


# 結晶レン による 光及びその の応用

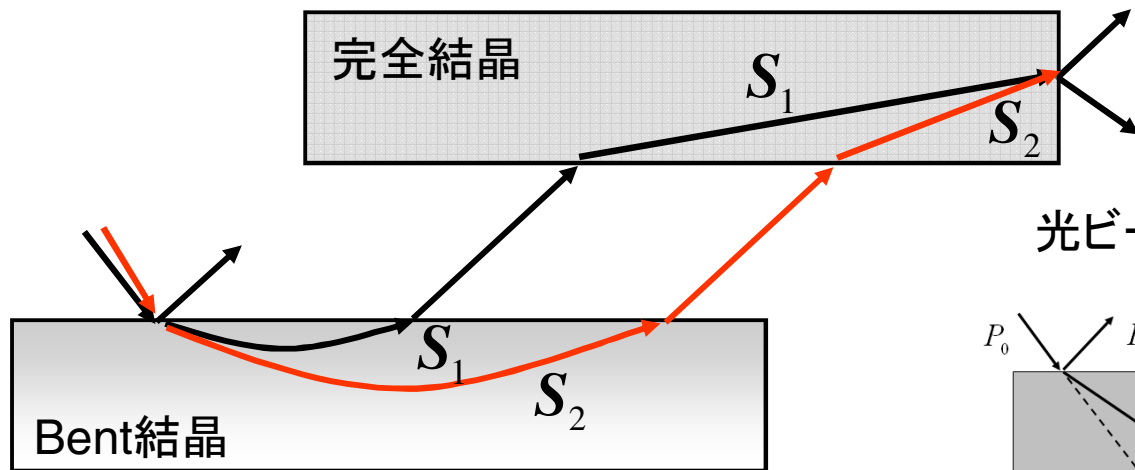
## レン 作用による像の拡大



## ビーム 度増幅モ ク ータ

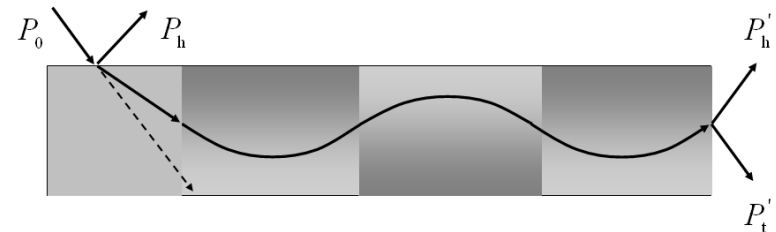


## + セ ングによる 光



## 光ビーム

## X線結晶導波



# 蜃気楼回折の応用と 点

## 蜃気楼回折の応用

- ・結晶、非常に歪が小さい時の歪率の 定
- ・角度分解 モ ク ータ、ビーム 度増幅効果
- ・ビームスプリ ター
- ・干渉 ( グラフ への応用)
- ・結晶レン ( 分解 )
- ・導波

平面波近似:現 を理解するのに 利である。

2波近似 (定 的な一 が くない)

多波近似

球面波近似:定 的な解析に 効。 $x_n^3 = a\beta^{-2}(n-1/2)$

点:実 の歪率は、 論による歪率より6 大きい。

Bent結晶の側面回折。

BLとBBLの干渉縞、BLとBBLの干渉縞。

蜃気楼縞、MBL縞、ダークエリアが定 的に える理論