

# Simulations on SASE FEL

尾崎 俊幸 (高エネ研 加速器)

SASE-FELの特徴は、ビーム電流密度の揺らぎを初期条件とする事とスリッページ効果の大きい事である。通常、FELのゲインを上げるために、ビームのピーク強度を増やすので、ビームは短パルスになる。そのとき、発生する電磁波と電子ビームの間の速度差が問題になる。FEL共鳴条件は、電子ビームがウイグラー1周期長進む間に電子と光の速度差によるずれが電磁波の1波長 $\lambda$ に等しい事であるから、ウイグラーの周期数を $N_w$ とした時、光パルスは電子ビームパルスに対してウイグラーの入口から出口までで $N_w\lambda$ だけ前方にずれる。この長さ $N_w\lambda$ 、つまりスリッページ長が、ビーム長に対して無視できない。

FEL基本方程式(文献1)において、各電子( $i=1, \dots, n$ )に対する運動方程式は、

$$\frac{\partial \phi_i(\eta, \tau)}{\partial \tau} = p_i(\eta, \tau) \quad (1)$$

$$\frac{\partial p_i(\eta, \tau)}{\partial \tau} = -[A(\eta, \tau)e^{i\phi_i(\eta, \tau)} + c.c.] \quad (2)$$

ここで、

$$\tau = 2\rho k_w ct, \quad \eta = 2\rho k_w (z - \beta_x ct)$$

$$p_i = \frac{\gamma_i - \gamma_r}{\rho \gamma_r}, \quad |A| = \frac{1}{\rho} \frac{\frac{\epsilon_0}{4} |E|^2 \cdot \lambda \Sigma}{N \gamma_r m c^2}$$

正準変数として、規格化エネルギー偏差 $p_i$ 、ポンドロモータイプ位相 $\phi_i$ を取っている。

電磁界の成長の式は、

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + v \frac{\partial}{\partial \eta} \right] A(\eta, \tau) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-i\phi_i(\eta, \tau)} \quad (3)$$

であり、右辺のパンチングファクターによって電磁波 $A$ が成長する事を示す。左辺の第2項がスリッページを示す項である。

FELのシュミレーションは、上記の(2n+2)個の連立1次微分方程式を数値積分する事である。初期条件として、SASE-FELでは、入射ビーム密度が、場所場所で揺らいでいる事を入れる必要がある。つまり、定常FELではポンドロモータイプ位相を等間隔に分けて粒子を配置するが、SASEでは揺らぎ $x_i$ を与える。

$$\phi_i(\eta) = \frac{2\pi i}{n} + x_i$$

ここで、 $x_i$ が

$$P(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\Delta^2}\right)$$

のように分布するように、乱数を振る。また、現実の光の1波長あたりの電子数 $N$ は $10^5$ であるが、シュミレーション粒子数 $n$ を50としたので、

$$\Delta = \left(\frac{n}{N}\right)^{1/2} = \left(\frac{50}{10^5}\right)^{1/2} = 0.023 \quad \text{とする。}$$

フローチャートは、まず、ビームの占める空間と周辺空間を仮定する。その空間に等間隔の格子を作る。格子間はポンドロモータイプ位相の1周期に対応する。その $k$ 番目の格子の電界を $A[k]$ とする。ある電子の位相を $\phi_i$ として、それに一番近い格子が $k$ ならば、その距離 $\Delta\phi_i$ の正負に応じて

$$A = A[k] \pm (A[k \mp 1] - A[k]) \frac{\Delta\phi_i}{\pi}$$

のように、その電子に作用する電界 $A$ を決定する。運動方程式(1)(2)を計算して、 $d\tau$ 後の $p_i$ と $\phi_i$ の値が決まる。

次に格子点 $k$ の領域( $k-0.5 \sim k+0.5$ )に入っている電子をすべて見つけた。下式(3a)に従い、位相の和を取り、平均して、電界の上昇分を計算する。

$$dA[k] = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-i\phi_i(\eta, \tau)} \right) d\tau \quad (3a)$$

すべての格子点の発生電磁界が終了した後、波動として前方に移動する量を下の(3b)式に従い、計算する。

$$A[k]_{N_w} = A[k] + \frac{1}{h} (A[k+1] - A[k]) \quad (3b)$$

ここで、 $h = 4\pi\rho$ 。以後、 $d\tau$ ステップで繰り返す。

本シミュレーションでは、ピアパラメーターは、文献1の  $\mu = 0.0239$  とした。格子の数を300とした。その内、ビームが90 ~ 290に存在すると仮定した。そのビーム分布は、放物形状とした。1周期内の粒子数を50と固定し、各シミュレーション電子がもつ電荷の重み関数で電流分布を調整した。ビームから見た電磁波は、ビームより速いのでビーム領域から抜け出ていく。その進行方向は格子1がある方向である。図1は、ウイグラー入口近い所の  $\tau = 0.1$  における電界の振幅を示す。ビームの形状と類似し、ピークは  $A = 0.0015$  である。図2はウイグラー出口の  $\tau = 15$  での形状で、ピークは  $A = 1.3$  であり、定常FELの飽和と一致する。スリッページ長は、格子数に換算して50である。スリッページの効果でスパイク波形が平滑化され、さらに、サブパルス化されている事を示している。

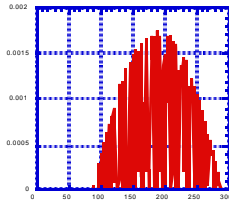


図 1

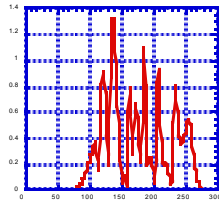


図 2

文献 (1) R.Graham and S.Isermann: Phys. Rev.A 43(1991) 3982